

DER PHYSIK UND CHEMIE.

NEUE FOLGE. BAND I.

*I. Ueber die electrischen Ströme, welche bei dem
Strömen der Flüssigkeiten durch Röhren ent-
stehen; von E. Edlund.*

Wenn eine Flüssigkeit mit grösserem Leitungswiderstand durch eine Röhre gepresst wird, in welche zwei durch ein Galvanometer verbundene Drähte eingesetzt sind, so gibt das Galvanometer einen electrischen Strom an, welcher in der Röhre in derselben Richtung wie der Flüssigkeitsstrom geht. Ich werde in dem Folgenden einige Versuche anführen, die von mir angestellt worden sind, um diesen Satz zu beweisen und zugleich um die Ursache und die Gesetze dieser Ströme zu ermitteln.

§. 1. Die experimentellen Anordnungen waren mit einigen Ausnahmen dieselben, wie die bei meiner Untersuchung über die Abhängigkeit des Leitungswiderstandes von der Bewegung der Flüssigkeit.¹⁾ Um das Galvanometer bedeutend empfindlicher als vorher zu machen, wurde der Leitungsdraht, mit dem das Instrument bei den vorigen Versuchen umgeben war, weggenommen und durch einen anderen Draht von viel kleinerem Durchmesser ersetzt, wodurch die Zahl der Drahtwindungen wesentlich vermehrt werden konnte. Das Ablesen geschah mit Hülfe von Fernrohr und Scala auf gewöhnliche Weise, und war die Entfernung von der Scala bis zum Spiegel 4.16^m. Das magnetische Nadelpaar, welches fast vollkommen astatich

1) Bihang till K. Sv. W. Akad. Handl. III. Nr. 11. Pogg. Ann. CLVI.
p. 251.

Ann. d. Phys. u. Chem. N. F. I.

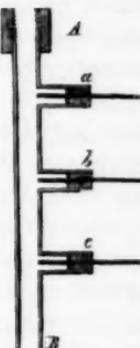
war, war an einen feinem Silberdrahte aufgehängt, dessen Torsion die Gleichgewichtslage des Nadelsystems bestimmte, und von den Veränderungen in der erdmagnetischen Declination beinahe völlig unabhängig. Eine einfache Schwingung wurde in ungefähr 28 Secunden vollendet.

Bei den Versuchen wurde ein cylindrisches, inwendig verzinntes Gefäss von dickem Kupferblech und ungefähr 25 Liter Inhalt angewandt. Die obere Seite dieses Gefäßes hatte die Form einer Halbkugel und war mit drei Oeffnungen versehen. Die eine dieser Oeffnungen war mittelst eines Hahnes und eines Bleirohres mit einer Compressionspumpe verbunden. Auf die andere Oeffnung, die auch zum Füllen des Kupfergefäßes mit der zu untersuchenden Flüssigkeit diente, konnte ein Manometer zur Messung des Druckes geschraubt werden. In die dritte Oeffnung war eine mit Hahn versehene Kupferröhre luftdicht eingesetzt, welche innerhalb beinahe bis auf den Boden des Kupfergefäßes reichte, ausserhalb gleich oberhalb der oberen Seite des Gefäßes in der Form eines Halbkreises gebogen war und danach senkrecht hinunterging. An das untere Ende dieser Röhre wurden verschiedene cylinderförmige, 6.4 bis 1.5 Mm. weite Glasröhren in senkrechter Lage festgeschraubt, durch welche die Flüssigkeit beim Oeffnen des Hahnes von dem Luftdrucke ausgepresst wurde. Am oberen Ende waren sie hierzu mit einer schraubenförmigen Metallhülse versehen. Die herausströmende Flüssigkeit wurde in einem auf dem Fussboden stehenden eichenen Gefäß aufgefangen. Vor jedem Versuche wurde die Luft in dem Gefäß oberhalb der Flüssigkeit bis zu einer oder zwei Atmosphären über den äusseren Atmosphärendruck zusammengedrückt. Damit der Druck im Gefäss während des Ausströmens der Flüssigkeit nicht zu sehr vermindert wurde, war das Kupfergefäß durch eine mit einem Hahn versehene Bleiröhre mit einem relativ grossen luftdichten Behälter von Eisenblech von ungefähr 109 Liter Inhalt vereinigt.

Die Glasröhren waren mit zwei oder mehreren Seitenröhren versehen, in welche die Poldrähte, wie Fig. 1 zeigt, hineingesetzt waren. Letztere bestanden aus reinem Golde und waren, mit Ausnahme für die beiden dünnsten Glasröhren, 2 Millimeter dick. Vor jedem Versuche war die Glasröhre mit Flüssigkeit angefüllt, welche von dem äusseren Luftdruck zurückgehalten wurde. Wenn man den Hahn öffnete, begann das Ausströmen, und es wurde der erste Ausschlag der Nadel des mit den Poldrähten verbundenen Galvanometers bestimmt. Sobald die Nadel an den Wendepunkt kam, wurde der Hahn von einem Gehülfen geschlossen; er war also jedesmal nur während 28 Secunden offen. Wurde der Hahn längere Zeit geöffnet, so dauerte der galvanische Strom an; er zeigte sich also nicht nur momentan im Anfang des Ausströmens. Bei allen folgenden Versuchen ging der beobachtete galvanische Strom in der Glasröhre ohne Ausnahme in derselben Richtung wie der Flüssigkeitsstrom. Dass derselbe keineswegs von der Reibung der Flüssigkeit, sei es gegen die Golddrähte oder die Wände der Glasröhre, oder von der Verschiedenheit im Druck, welchem die beiden Goldpole ausgesetzt waren, herrührte, oder schliesslich dass er nicht einen Theil von einem Strome ausmachte, der seinen Ursprung ausserhalb der Glasröhre, wie im Kupfergefäß oder sonst irgendwo, hatte und der mit der Flüssigkeit die Glasröhre durchlief, soll in dem Folgenden durch experimentelle Beweise dargelegt werden.

§. 2. Bevor ich zu den eigentlichen Beobachtungen übergehe, dürfte es angemessen sein, zuerst darzulegen, auf welche Weise ich versucht habe, die Resultate von der galvanischen Polarisation unabhängig zu machen. Wenn man während einer kürzeren Zeit, zum Beispiel 28 Secunden, wie es bei den folgenden Versuchen der Fall

Fig. 1.



war, einen Strom von einem Electromotor durch eine polarisirende Flüssigkeitssäule gehen lässt, so wird der Ausschlag des in die Leitung eingeschalteten Galvanometers natürlich geringer, als wenn keine Polarisation stattgefunden hätte. Wenn der Electromotor nach der genannten Zeit aus der Leitung ausgeschlossen wird, und die beiden in die Flüssigkeitssäule eingesetzten Poldrähte direct mit dem Galvanometer verbunden werden, so verursacht der Polarisationsstrom in entgegengesetzter Richtung einen Ausschlag, der sich nach und nach vermindert, bis er schliesslich beinahe Null wird. Der Polarisationsstrom hat sich dann selbst polarisiert, bis er zuletzt unmerklich geworden ist. Wenn man nach dieser Zeit den Electromotor wieder in die Leitung einschaltet und während 28 Secunden wirken lässt, so findet man, insofern der Electromotor hinreichende Kraft besitzt, dass der nun erhaltene Ausschlag geringer als der vorige wird. Die Polarisation, welche entstand, als der Electromotor zum ersten male in die Leitung eingeschaltet war, war also in der darauf folgenden Zwischenzeit, als die Leitung ohne Electromotor geschlossen war, in der That nur scheinbar verschwunden. Sobald der Electromotor zum zweiten mal in die Leitung eingeschaltet wird, so zeigt es sich, dass ein Theil dieser Polarisation wieder hervorkommt und den zweiten Ausschlag geringer als den ersten macht. Wenn man auf diese Weise mehrere male nach einander verfährt, so werden die successiven Ausschläge immer geringer, bis sie schliesslich constant werden. Aber diese successive Verminderung in den erhaltenen Ausschlägen zeigt sich nur, wenn der ursprüngliche Strom hinlängliche Stärke hat. Ist diese sehr schwach, so werden die Ausschläge schon von Anfang an constant. Dieses war immer der Fall bei den folgenden Versuchen, bei denen man also nur die während des beobachteten Ausschlages entstehende Polarisation in Betracht zu ziehen hat, weil die während der vorhergehenden Ausschläge entstandene Polarisation schon verschwunden ist.

Leitet man den Strom eines Electromotors durch die Flüssigkeitssäule, das eine mal mit und das andere mal ohne Polarisation, so misst der Unterschied zwischen den Ausschlägen in beiden Fällen die Polarisation, die in dem einen Falle während des Ausschlages selbst stattfindet. Es kann dies mit Hülfe eines Instruments geschehen, das ich bei einer früheren Gelegenheit¹⁾ beschrieb und welches passend Depolarisator benannt werden kann und gestattet, abwechselnd gerichtete Ströme durch das Galvanometer und die Poldrähte zu leiten.

Wird der Strom des Depolarisators durch eine zwischen den Poldrähten befindliche Flüssigkeit *C* geleitet, so würde, selbst wenn die Poldrähte polarisiert würden, dieses doch nicht auf das Galvanometer einwirken, weil die von *C* ausgehenden Polarisationsströme das Galvanometer in abwechselnden Richtungen durchlaufen würden und ihre Wirkungen auf die Magnetnadel also gleich Null werden.

Wurden die Pole einer Säule unter Einschaltung eines Galvanometers mit dem Depolarisator verbunden und zwischen die Federn desselben ein metallischer Widerstand eingeschaltet, in welchem also bei der Drehung des Depolarisators die Stromesrichtung wechselte, so ergab sich das Verhältniss der Ausschläge einmal bei Drehung des Depolarisators, sodann beim Stillstand wie 1 : 1.89.

Mit dem beschriebenen Hülfsmittel werden wir zuerst beweisen, dass die Polarisation, welche während der Schwingungszeit der Magnetnadel (28 Secunden) entsteht, bei schwächeren Strömen der Stromstärke proportional ist. Es wurde hierzu bei dem soeben beschriebenen Versuche der metallische Widerstand durch eine mit Wasser gefüllte, mit Goldelectroden versehene Röhre ersetzt. Als der Depolarisator in Rotation gesetzt wurde, gingen also

1) *Bihang till K. W. Akad. Handl.* III. Nr. 11. *Pogg. Ann.* CLVI. p. 273. Das Instrument ist dem Inversor Poggendorff's (*Pogg. Ann.* XLV. p. 385; *Wied. Galv.* (2) I. p. 125) sehr ähnlich.

D. Red.

galvanische Ströme von abwechselnder Richtung durch die zwischen den Goldpolen befindliche Wassersäule. Der Ausschlag hierbei, in Scalenteilen gemessen, mag u genannt werden. Wenn nun u mit 1.89 multiplizirt wird, so erhält man den Ausschlag J , welcher entstanden wäre, im Falle der Strom ohne Polarisation während der ganzen Oscillationszeit (28 Secunden) ununterbrochen gewirkt hätte. Nach diesem Versuche liess man den Depolarisator stille stehen, so dass der Strom ohne Unterbrechung durch die Wassersäule ging und die Goldelectroden polarisierte. Nennt man den hierbei erhaltenen Ausschlag u' , so ist die Polarisation p gleich $1.89 u - u'$ und das Verhältniss zwischen dieser und der Stromstärke J , wodurch sie verursacht wird, wird durch $k = \frac{p}{J} = \frac{1.89 u - u'}{1.89 u}$ ausgedrückt. Es werde dieses Verhältniss die Polarisationsconstante genannt.

Versuch I – III. Destillirtes Wasser in der Glashöhre, 140 mm zwischen den Poldrähten. Folgende Ausschläge wurden erhalten, wobei die Nummern die Ordnung bezeichnen, in welcher die Beobachtungen angestellt wurden:

I.		II.		III.	
Nr.	u	Nr.	u'	Nr.	u
1	19.0	2	31.3	1	45.5
3	19.9	4	31.0	3	45.5
5	20.0	6	31.0	5	46.5
7	20.0	8	31.0	7	44.2
9	21.0	10	31.8	9	46.0
Mittel 19.98		31.22		45.54	
$J = 37.16, p = 6.54.$		$J = 55.57, p = 10.03$		$J = 79.23, p = 13.83$	
$\frac{p}{J} = 0.173.$		$\frac{p}{J} = 0.180.$		$\frac{p}{J} = 0.175.$	

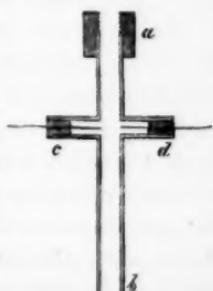
Versuch IV – V. Das destillirte Wasser wurde mit Wasserleitungswasser vertauscht, welches bedeutend geringeren Leitungswiderstand als das vorige hatte. Die Entfernung zwischen den Polen 280 Mm. Folgende Ausschläge wurden erhalten:

IV.				V.			
Stromstärke grösser.		Stromstärke vermindert		Stromstärke grösser.		Stromstärke vermindert	
Nr.	u	Nr.	u'	Nr.	u	Nr.	u'
1	43.0	2	38.5	1	23.5	2	20.5
3	43.0	4	40.0	3	24.0	4	21.8
5	44.5	6	41.4	5	23.5	6	22.0
7	45.0	8	42.0	7	24.9	8	21.2
9	45.0	10	37.5	9	24.2	10	20.0
Mittel	44.1		39.9		24.0		21.1
$J = 83.35, p = 43.45$				$J = 45.36, p = 24.26$			
$\frac{p}{J} = 0.521.$				$\frac{p}{J} = 0.535.$			

Da die Polarisationsconstante sowohl in den drei ersten, wie auch in den beiden letzten Reihen innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler constant ist, so ist hiermit der oben angeführte Satz bewiesen. Versuche, die mit einer Mischung von Alkohol und Wasser angestellt wurden, führten zu demselben Resultate. Aber die Beobachtungen zeigen auch, dass die genannte Constante für verschiedene Flüssigkeiten verschieden ist; ohnehin gaben einige andere hier nicht angeführte Beobachtungen zu erkennen, dass dieselbe, wie leicht vorauszusehen war, in hohem Grade von dem in die Leitung eingeschalteten Widerstande abhängt. Will man die Grösse des Polarisationsstromes berechnen, muss man folglich in jedem einzelnen Falle die Polarisationsconstante bestimmen.

Wenn man den nun bewiesenen Satz bei den nachfolgenden Versuchen anwenden will, muss man zuerst untersuchen, welche Veränderung in der durch einen schwachen und kurz dauern den Strom verursachten Polarisation dadurch entsteht, dass die Flüssigkeit in eine schnelle Bewegung versetzt wird. Um dieses zu bestimmen, verfuhr man auf folgende Weise. Eine Röhre von Glas $a\ b$ (Fig. 2) ist mit zwei ein-

Fig. 2.



ander gegenüberstehenden Seitenröhren *c* und *d* versehen, in welche Poldrähte von Gold hineingesetzt sind, so dass deren Enden bis zur inneren Seite der Hauptröhre gehen; die Entfernung zwischen den Drahtenden ist folglich dem Durchmesser dieser Röhre gleich. Nachdem diese Glasmöhre auf dem oben erwähnten Kupfergefasse, welches Wasserkreislaufswasser enthielt, festgeschraubt worden, wurde der Hahn geöffnet und die Glasmöhre mit Wasser gefüllt. Die beiden Poldrähte waren mit einem Electromotor und dem Galvanometer verbunden. Nun wurde der Ausschlag gemessen, während das Wasser in Ruhe war. Dieser Ausschlag war natürlich durch die Polarisation vermindert, welche auf den Poldrähten in der Glasmöhre während der Schwingungszeit der Magnetnadel (28 Secunden) entstand. Darauf machte man einen ähnlichen Versuch, während das Wasser mit einer Geschwindigkeit von 10 M. in der Secunde herausströmte. Wenn hierbei ein Theil der an den Polen angehäuften Gase von dem ausströmenden Wasser fortgerissen und folglich die Polarisation vermindert wurde, so musste der Ausschlag grösser werden. Dieses war jedoch nicht der Fall: die Ausschläge verblieben in der That gleich gross, wie folgende Versuche zeigen.

Versuch Vb.

Wasser ruhend	28.5	27.5	30.5	29.5	Mittel	28.9.
„ ausströmend	29.0	29.0	29.5	29.0	„	29.1.

Der Polarisationsstrom wird also durch das Ausströmen des Wassers nicht verändert. Und doch war derselbe in diesem Falle ganz bedeutend. Die Polarisationskonstante, auf die vorher angegebene Weise mit dem Depolarisator gemessen, betrug 0.8. Wenn keine Polarisation stattgefunden hätte, würde der Ausschlag also 145 Skalenteile geworden sein.

Das erhaltene Resultat beruht ohne Zweifel darauf, dass die angewandte Stromstärke schwach und von kurzer Dauer war. Die an den Poldrähten angehäuften Gasmenge war deshalb gering und wurde ganz und gar von der Was-

serschicht, die sich an den Poldrähten festsetzt und also an der Bewegung der übrigen Wassermenge nicht theilnimmt, geschützt. Das ausströmende Wasser scheint keine Reibung gegen die Goldpole selbst auszuüben, sondern nur gegen die dünne Wasserschicht, womit diese umgeben sind. Sicher wäre das Resultat anders ausgefallen, wenn die Ströme intensiv genug gewesen und so lange gewirkt hätten, bis die Polarisation ihr Maximum zu erreichen angefangen. Doch war eine nähere Untersuchung hiervon nicht nöthig, da solche Fälle in dem Folgenden nicht vorkommen.

Nach diesen Vorbereitungen wollen wir zu den eigentlichen Beobachtungen übergehen.

§. 3. Für diese Beobachtungen wurde theils destillirtes Wasser, theils Wasser von der Wasserleitung der Stadt, theils eine Mischung von Wasser mit 77 Volum-procent Alkohol angewandt. Es wurden 4 Glasröhren benutzt, von denen 1 und 2 je drei Seitenröhren (Fig. 1), 3 und 4 nur zwei Seitenröhren hatten. Ihre Dimensionen betrugten:

	1. Mm.	2. Mm.	3. Mm.	4. Mm.
Innerer Durchmesser . .	5.0	6.4	3.25	1.5
Länge	350	350	210	210
Abstand der Seitenröhren	140	143	140	147

Wie schon erwähnt, waren die in die Seitenröhren eingesetzten Drähte von Gold; die in Nr. 1 und Nr. 2 waren ungefähr 2 Mm. dick und die in Nr. 3 und Nr. 4 hatten einen Durchmesser von kaum 1 Mm. Wenn der Hahn zum Kupfergefäß, worin die Flüssigkeit verwahrt wurde, geschlossen war, blieb die Flüssigkeit in Folge des äusseren Atmosphärendruckes in der Glasröhre hängen, so dass dieselbe auch zwischen den successiven Beobachtungen voll war.

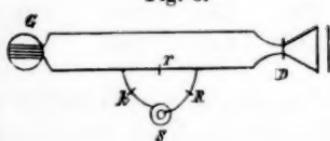
Versuch VIa und b. Destillirtes Wasser. Die Röhre Nr. 1 war an das untere Ende der Kupferröhre geschraubt.

Das Wasser strömte unter dem Drucke von 1 resp. 2 Atmosphären aus. Als der Hahn geöffnet wurde, erhielt man folgende successive Ausschläge, in Scalenteilen gerechnet:

Druck	VI a.		VI b.	
	1 Atm.	2 Atm.	1 Atm.	2 Atm.
Abstand der Poldrähte	140 Mm.	280 Mm.	140 Mm.	280 Mm.
Ausschläge	9.3 9.0 9.5 9.5 9.3 9.1	10.4 9.0 9.1 9.5 9.6 9.2	17.0 17.3 17.7 17.0 17.7 18.0	17.0 17.5 17.4 17.5 18.5 17.5
Mittel	9.28	9.47	17.45	17.57

In Folge der Polarisation auf den Poldrähten sind die erhaltenen Zahlen zu klein. Um diese Verminderung der Ausschläge berechnen zu können, muss die Polarisationsconstante für beide Abstände der Poldrähte experimentell bestimmt werden. Nach dem, was schon oben erwähnt worden, geschah dieses auf folgende Weise. Da der angewandte Electromotor, ein Daniell'sches Ele-

Fig. 3.



ment, einen zu grossen Ausschlag in dem Galvanometer, wenn dieses direct in die Leitung eingeschaltet wurde, hervorbrachte, so wurde eine

Stromtheilung nach Fig. 3 zu Stande gebracht. *S* bezeichnet ein Daniell'sches Element, *R* ist ein grösserer Rheostat, aus mehreren tausend Ohmäden bestehend, bei *r* ist ebenfalls ein passender Rheostat eingesetzt, *k* bedeutet einen Commutator, mit dem der Strom geöffnet und geschlossen wird, *G* stellt das Galvanometer vor, *D* den Depolarisator und *w* die Wasserröhre, *u*, *u'* haben die frühere Bedeutung.

Versuch VI c und d.

Abstand der Poldrähte	VI c.		VI d.	
	140 Mm.	280 Mm.	u	u'
Ausschläge	30.5	48.0	16.0	25.0
	30.2	48.5	16.0	25.5
	30.2	48.5	16.0	25.6
	30.3	49.0	15.0	26.0
	30.0	48.5	16.0	25.5
	Mittel	30.24	48.50	15.80
$J = 57.15 \ p = 8.65$		$J = 29.86 \ p = 4.34$		
$\frac{p}{J} = 0.151$		$\frac{p}{J} = 0.145$.		

Da die Polarisation, wie oben gezeigt, durch die Bewegung der Flüssigkeit nicht verändert wird, so können die nun gemachten Bestimmungen der Polarisationskonstante angewandt werden, um die oben erhaltenen Beobachtungsmittel von dem Einflusse der Polarisation zu befreien.

Wenn der Ausschlag, welcher entstehen würde, im Falle keine Polarisation stattfände, x genannt wird, so hat man zur Berechnung der beiden Beobachtungsmittel im Versuche VIa und b:

$$x - 0.151 x = 9.28; \text{ woraus } x = 10.9.$$

$$x - 0.145 x = 9.47; \text{ woraus } x = 11.1.$$

Für die beiden Mittel im Versuche VIb erhält man 20.6 und 20.6, d. h. dieselbe Zahl. Hieraus kann man sogleich den Schluss ziehen, dass die Stromstärke von der Entfernung zwischen den Poldrähten unabhängig ist, welches Resultat das Folgende bestätigt.

Die Geschwindigkeit des Ausströmens wurde dadurch bestimmt, dass die während einer gewissen Zeit ausgeflossene Wassermenge gewogen wurde. Als der Druck 1 Atmosphäre war, betrug dieselbe 8.3 M. in der Secunde und bei 2 Atmosphären 11.5 M. Die beiden Geschwindigkeiten verhalten sich also zu einander wie 1 zu 1.39

oder beinahe wie die Quadratwurzeln aus den angewandten Drucken ($1 : \sqrt{2}$).

Versuch VIIa und b. Dasselbe destillirte Wasser wie bei den vorigen Versuchen. Die Glasröhre Nr. 2 wurde an die Röhre des Kupfergefäßes geschraubt:

	VII a: 1 Atm.		VII b: 2 Atm.	
Abstand der Poldrähte	143 Mm.	286 Mm.	143 Mm.	286 Mm.
Ausschläge	11.5	10.5	17.3	18.0
	10.2	11.0	17.0	19.5
	9.5	10.5	17.3	19.0
	8.2	10.0	16.2	18.0
	8.5	10.5	16.2	17.5
	9.7	10.4	16.0	18.2
Mittel	9.60	10.48	16.67	18.37

Folgende zwei Versuche wurden gemacht, um die Polarisationskonstante zu bestimmen. Dabei verfuhr man ebenso wie bei den Versuchen VIc und d.

Versuch VIIc und d. Die Entfernung zwischen den Polen 143 und 286 Mm. Folgende Ausschläge wurden erhalten:

Abstand der Poldrähte	VII c:		VII d:	
	143 Mm.	286 Mm.	143 Mm.	286 Mm.
Ausschläge	u	u'	u	u'
	43.0	65.8	21.8	35.0
	42.8	65.2	21.0	35.0
	41.5	65.8	21.8	34.5
	42.0	64.5	20.5	35.2
	42.5	65.3	21.0	35.0
Mittel	42.36	65.32	21.22	34.94
$J = 80.06$	$p = 14.74$	$J = 40.11$	$p = 5.17$	
$\frac{p}{J} = 0.184$		$\frac{p}{J} = 0.129$		

Mit Anwendung dieser Bestimmungen der Polarisationskonstante erhält man folgende korrigirte Werthe der Ausschläge in den Versuchen VIIa und b:

Abstand der Pole . . .	143 Mm.	286 Mm.
Druck einer Atmosphäre	11.8	12.0
„ zweier „	20.4	21.1

Auch diese Zahlen unterscheiden sich von einander so wenig, dass man daraus schliessen kann, dass die Grösse der Ausschläge von der Entfernung zwischen den Poldrähten unabhängig ist.

Die Geschwindigkeit der Ausströmung des Wassers, auf dieselbe Weise wie für die Glasröhre Nr. 1 gemessen, war bei dem Druck von 1 Atmosphäre 8.4 M. in der Secunde und für den Druck von 2 Atmosphären 11.7 M. Sie war also unbedeutend grösser als für die Röhre Nr. 1, obgleich der Querschnitt der Röhre Nr. 2 bedeutend grösser als der der letzteren war.

Aus den Versuchen VI erhält man, dass für die Geschwindigkeit des Ausströmens von 8.3 M. in der Secunde der Ausschlag im Mittel 11.0 wird und für eine Geschwindigkeit von 11.5 M. . . 20.6.

Aus den Versuchen VII erhält man auf dieselbe Weise für eine Geschwindigkeit von 8.4 M. 11.9 und „ „ „ „ 11.7 „ 20.8.

Aus den obenstehenden Beobachtungen ergibt sich, dass die Ausschläge den Quadraten der Ausströmungsgeschwindigkeiten annähernd proportional sind. Wenn man danach berechnet, wie gross die Ausschläge in den Versuchen VI geworden wären, wenn die Ausströmungsgeschwindigkeit anstatt 8.3 und 11.5 8.4 und 11.7 M. gewesen wäre, so findet man für die erstere Geschwindigkeit den Ausschlag 11.3 und für die letztere 21.1. Diese Zahlen unterscheiden sich von den in Versuch VII gefundenen 11.9 und 20.8 so wenig, dass man sie als gleich betrachten muss. Hieraus folgt, dass für eine gleich grosse Ausströmungsgeschwindigkeit die Ausschläge von dem Durchmesser der Röhren unabhängig sind. Dieses Resultat wird durch die nachfolgenden Versuche bestätigt.

Versuch VIIIa. Dasselbe destillierte Wasser wie bei den vorhergehenden Versuchen. Die Glasröhre Nr. 3 wurde an die Röhre des Kupfergefäßes geschraubt. Druck von 2 Atmosphären. Folgende Ausschläge wurden erhalten:

12.0 12.0 12.0 10.5 11.0 11.5 Mittel 11.5.

Um die Polarisationskonstante zu bestimmen, wurde danach folgender Versuch angestellt.

Versuch VIIIb.

$u = 18.5 \quad 17.2 \quad 17.6 \quad 18.0 \quad 17.7$ Mittel 17.80.

$u' = 29.0 \quad 30.0 \quad 29.0 \quad 30.0 \quad 29.7$ „ 29.54.

Hieraus erhält man:

$J = 33.64; \ p = 4.10; \ \frac{p}{J} = 0.122$. Der hierdurch corrigirte Werth von 11.5 wird 13.1.

Die Ausströmungsgeschwindigkeit betrug in dieser Röhre, deren Durchmesser nur 3.25 Mm. ausmachte, 8.7 M.

Wenn man nun auf die oben angegebene Weise berechnet, wie gross der Ausschlag hätte werden müssen, wenn die Ausströmungsgeschwindigkeit nur 8.4 M. gewesen wäre, so findet man die Zahl 12.2.

Die Glasröhre Nr. 2, deren Querschnitt ungefähr viermal so gross war als der in der Glasröhre Nr. 3, gab für eine Ausströmungsgeschwindigkeit von 8.4 M. den Ausschlag 11.9. Diese Zahl unterscheidet sich von 12.2 so wenig, dass sich auch hier der schon oben ausgesprochene Satz bestätigt.

Schliesslich wurden folgende Versuche mit dem destillirten Wasser gemacht.

Versuch IXa. Die Röhre Nr. 4 wurde an die Röhre des Kupfergefäßes geschraubt. Druck von 2 Atmosphären. Die successiven Ausschläge waren folgende:

7.0 7.0 7.0 7.0 7.5 7.5 Mittel 7.2

Da keine Bestimmung der Polarisationskonstante gemacht wurde, so kann der Ausschlag für den Einfluss der Polarisierung nicht corrigirt werden.

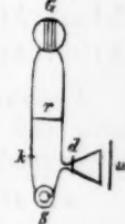
Versuch IXb. Ein Daniell'sches Element wurde in die Leitung des Galvanometers eingeschaltet, so dass der Strom ungetheilt durch die Wassersäule und das Galvanometer ging. Die erhaltenen Ausschläge waren folgende:

6.9 6.5 5.5 6.5 7.0 Mittel 6.48.

Weil, wie weiter unten bewiesen werden soll, der Strom, der sich im Versuche IXa bei dem Ausströmen des Wassers bildet, durch die Wassersäule zwischen den Poldrähten geht und also in derselben Bahn wie der Strom von der Säule im Versuche IXb läuft, so folgt hieraus, dass die electromotorische Kraft des ersten Stromes grösser als die eines Daniell'schen Elementes ist.

§. 4. Um einen Begriff von dem Leitungswiderstande des destillirten Wassers zu erhalten, wurde der Widerstand einer Wassersäule zwischen den 140 Mm. von einander entfernten Poldrähten der Glasmöhre Nr. 1 untersucht. Die Anordnungen hierbei sieht man aus Fig. 4, in welcher *S* ein Daniell'sches Element bezeichnet, *k* ist ein Commutator, vermittelst dessen der Strom geöffnet und geschlossen wird, *d* ist der Depolarisator, *w* entweder die Wassersäule oder ein Rheostat von 100000 Ohm'schen Einheiten, *r* eine Brücke, in welche ein bekannter Widerstand eingeschaltet war, und *G* das Galvanometer.

Fig. 4.



Versuch Xa. Die genannte Wassersäule war bei *w* eingeschaltet, und in die Brücke *r* waren 1000 Widerstandseinheiten eingesetzt. Während der Depolarisator rotirte, erhielt man folgende Ausschläge:

37.0 37.5 38.0 37.5 37.0 Mittel 37.4.

Versuch Xb. Die Wassersäule wurde fortgenommen, und anstatt ihrer ein Rheostat von 100000 Ohm'schen Einheiten eingeschaltet; in die Brücke *r* wurden

40 Einheiten eingesetzt. Während der Rotation des Depolarisators erhielt man nun folgende Ausschläge:

65.0 65.5 66.0 66.0 66.5 Mittel 65.8.

Aus einer besonderen Untersuchung ergab sich, dass der Widerstand in den Umwindungen des Galvanometers 640 Einheiten ausmachte. Hierdurch kann man berechnen, dass der Leitungswiderstand der genannten destillirten Wassersäule 1824000 Ohm'sche Einheiten betrug.¹⁾

§. 5. Der Widerstand des Wassers aus der Wasserleitung, welches bei den unten stehenden Versuchen angewandt wurde, betrug, nach derselben Methode untersucht, 111600 Einheiten. Er war also 16.34 mal kleiner als der des destillirten Wassers.

Versuch XIa. und b. Wasserleitungswasser. Röhre Nr. 1. Entfernung zwischen den Poldrähten 280 Mm. Dabei erhielt man folgende Ausschläge:

XIa. 2 Atm.: 4.0 4.0 4.0 4.4 4.0 3.6 Mittel 4.0.

XIb. 1 Atm.: 3.2 3.0 3.5 3.5 2.8 3.1 „ 3.18.

Versuch XIc. Bestimmung der Polarisationskonstante nach der oben angegebenen Methode. Dabei erhielt man folgende Ausschläge:

$u = 37.5 \quad 37.0 \quad 37.5 \quad 37.8 \quad 37.5$ Mittel 37.46

$u' = 40.5 \quad 41.0 \quad 39.7 \quad 39.5 \quad 39.5$ Mittel 40.04.

Hieraus erhält man:

$$J = 70.80; \quad p = 30.76; \quad \frac{p}{J} = 0.434.$$

Wenn mit Hülfe dieser Bestimmung die erhaltenen Mittel corrigirt werden, so erhält man für den Druck

1) Bei diesen Untersuchungen hatte ich mehrmals Gelegenheit zu sehen, wie leicht der Widerstand des destillirten Wassers sich verändert durch so kleine Mengen von fremden Einmischungen, dass sie auf anderem Wege schwerlich entdeckt werden könnten. Der Widerstand des Wasserleitungswassers veränderte sich auch von einer Jahreszeit zur andern.

von 2 Atmosphären oder eine Geschwindigkeit der Ausströmung von 11.5 M. in der Secunde 7.1 und für den Druck von 1 Atmosphäre oder einer Geschwindigkeit von 8.3 M. 5.6.

Versuch XII.a. Wasserleitungswasser. Glasröhre Nr. 3. Das Wasser strömt unter dem Drucke von 2 Atmosphären aus. Die Ausschläge waren folgende:

2.0 2.0 2.5 2.0 2.5 2.3 Mittel 2.22.

Versuch XII.b. Bestimmung der Polarisationskonstante auf dieselbe Weise wie vorher. Dabei erhielt man folgende Ausschläge, wobei die Veränderung eintrat, dass u grösser als u' wurde, wogegen bei den vorhergehenden Bestimmungen das Gegentheil stattfand.

$u = 34.0 \quad 35.4 \quad 35.5 \quad 34.6 \quad 34.5$ Mittel 34.80

$u' = 25.0 \quad 26.0 \quad 25.0 \quad 25.7 \quad 25.3 \quad , \quad 25.4$

Hieraus erhält man:

$$J = 65.77; \quad p = 40.37 \text{ und } \frac{p}{J} = 0.614.$$

Wenn mit Hülfe dieser Bestimmung das erhaltene Mittel corrigirt wird, so erhält man mit der Röhre Nr. 3 für den Druck von 2 Atmosphären oder eine Geschwindigkeit der Ausströmung von 8.7 M. in der Secunde den Ausschlag 5.8.

Nach den Versuchen XI verhalten sich die Ausschläge hier nicht annähernd wie die Quadrate der Geschwindigkeiten, sondern sind den ersten Potenzen derselben beinahe proportional. Hiernach wäre in Versuch XIb der Ausschlag, wenn die Geschwindigkeit der Ausströmung, anstatt 8.3 M. in der Secunde 8.7 M. gewesen wäre, gleich 5.9. Die beiden Röhren Nr. 1 und Nr. 3 geben also gleiche Ausschläge, wenn die Geschwindigkeiten der Ausströmung dieselben sind. Man findet folglich die Unabhängigkeit der Ausschläge von dem Röhrendurchmesser noch einmal bestätigt.

§. 6. Folgende Versuche wurden mit einer Mischung von Wasser und Alkohol, 77 Volumprocent vom letzteren

enthaltend, angestellt. Der Widerstand in einer Säule der Röhre Nr. 1 von 140 Mm. Länge, auf dieselbe Weise, wie in dem Vorhergehenden angegeben worden, gemessen, machte 2454000 Ohm'sche Einheiten aus. Der Widerstand der Alkoholmischung verhielt sich also zu dem des destillirten Wassers wie 1.35 zu 1.

Versuch XIIIa. Die eben genannte Alkoholmischung. Röhre Nr. 1. Entfernung zwischen den Poldrähten 140 Mm. Die Mischung strömte unter dem Drucke von 2 Atmosphären aus. Folgende Ausschläge erhielt man:

2.0 2.0 2.3 2.2 1.5 1.9 Mittel 1.98.

Versuch XIIIb. Um den Werth der Polarisations-constante zu bestimmen, wurden folgende Beobachtungen angestellt:

$u = 42.0 \quad 43.0 \quad 45.0 \quad 43.0 \quad 44.5$ Mittel 43.5

$u' = 70.0 \quad 70.5 \quad 76.0 \quad 72.0 \quad 75.0 \quad , \quad 72.7.$

Hieraus erhält man:

$$J = 82.22; \quad p = 9.52; \quad \frac{p}{J} = 0.116.$$

Der von dem Einflusse der Polarisation befreite Ausschlag wird folglich = 2.24.

§. 7. Nachfolgende Versuche wurden angestellt, um zu erforschen, welchen Einfluss ein grösserer oder geringerer, in die Leitung zu dem Galvanometer eingeschalteter Widerstand auf die Grösse des Ausschlages ausüben könnte.

Zu den beiden ersten Versuchen wurde die Glasmöhre Nr. 2 angewandt, in welcher die Poldrähte 143 Mm. weit voneinander entfernt waren.

Versuch XIV. Hierbei wurde eine Mischung von destillirtem Wasser und Wasserleitungswasser angewandt. Der Widerstand der eben genannten Wassersäule, auf die vorher angegebene Weise gemessen, machte 530000 Ohm'sche Einen aus. Als das Wasser ausströmte, wurde die Grösse des Ausschlages bestimmt, sowohl als noch kein besonderer Widerstand in die Leitung zum Galvano-

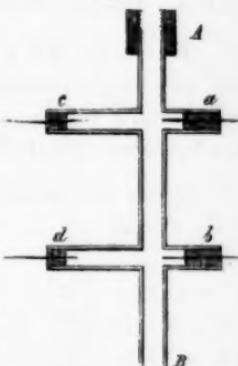
meter eingeschaltet war (A), wie auch als 100000 Einheiten in dieselbe Leitung eingesetzt wurden (B). Die Nummern bezeichnen die Ordnung, in welcher die Beobachtungen angestellt wurden. Die Resultate waren folgende:

	1.	2.	5.	6.	9.	10.	Mittel
A.	11.0	11.2	11.2	10.8	11.8	11.2	11.2
	3.	4.	7.	8.	11.	12.	Mittel
B.	9.8	8.9	9.5	10.0	9.4	9.5	9.5.

Der Widerstand in den Umwindungen des Galvanometers betrug nur 640 Einheiten und kann deshalb im Verhältniss zu den grossen Widerständen in der Wassersäule und dem Rheostat vernachlässigt werden. Die Summe der Widerstände in der Wassersäule und der übrigen Leitung machte also in dem einen Falle 530000 und in dem anderen 630,000 Einheiten aus. Waren die Ausschläge den Widerständen umgekehrt proportional, so mussten die Ausschläge sich zu einander wie 1 zu 1.19 verhalten, während $11.2 : 9.5 = 1.18$ ist. Demnach sind die Ausschläge der Summe der genannten Widerstände umgekehrt proportional.

Um den Unterschied der Widerstände noch mehr zu vergrössern, als es bei den vorherigen Versuchen möglich war, verfuhr man beim folgenden Versuche auf eine andere Art: Eine Glasröhre *AB*, Fig. 5, mit vier Seitenröhren *a*, *b*, *c*, *d*, von welchen die beiden ersten den beiden letzten gerade gegenüber sass, wurde an die Röhre des Kupfergefäßes geschraubt. In die beiden kürzeren Seitenröhren, *a* und *b*, brachte man die Golddrähte so hinein, dass deren Enden das ausströmende Wasser berührten, wogegen die Enden der Golddrähte in den längeren Seitenröhren, *c* und *d*, in bedeutender Entfernung von dem Wasserstrome blieben.

Fig. 5.



Wurden die Leitungsdrähte des Galvanometers statt mit den Golddrähten in *a* und *b* mit denen in *c* und *d* vereinigt, so war folglich ein bedeutender Widerstand in die Leitung eingeschaltet.

Versuch XVa. Während des Ausströmens des Wassers ergab sich, als die Leitungsdrähte des Galvanometers verbunden waren mit den Goldrähten:

	1.	3.	5.	7.	9.	11.	Mittel
in <i>a</i> und <i>b</i> :	17.2	16.0	17.0	16.0	15.7	14.9	16.13
	2.	4.	6.	8.	10.	12.	Mittel
in <i>c</i> und <i>d</i> :	9.2	9.0	9.5	9.0	8.0	8.5	8.87.

Diese Resultate sind mit der Polarisation behaftet, welche bestimmt werden muss, weil sie in den beiden Fällen verschieden sein kann, da die Poldrähte nicht dieselben waren. Deshalb wurden folgende Versuche angestellt.

Versuch XVb. und c. Die Leitungsdrähte waren mit den Golddrähten in den Seitenröhren *a* und *b* oder mit *c* und *d* vereinigt. Die Bestimmung der Polarisationsconstante wurde auf die früher angegebene Weise ausgeführt.

<i>a</i> und <i>b</i>		<i>c</i> und <i>d</i>	
<i>u</i>	<i>u'</i>	<i>u</i>	<i>u'</i>
33.0	55.0	18.5	29.2
34.0	57.0	19.5	30.0
34.0	55.0	19.0	30.0
34.5	57.0	19.0	30.0
33.7	58.3	19.0	31.5
Mittel 33.84		19.0	30.14

Hieraus erhält man für den Versuch:

$$\text{XVb: } J = 63.96; \quad p = 7.5; \quad \frac{p}{J} = 0.117$$

$$\text{XVc: } J = 35.91; \quad p = 5.77; \quad \frac{p}{J} = 0.161.$$

Mit Hülfe dieser Bestimmungen können die erhaltenen Mittelzahlen der Ausschläge im Versuche XVa für

den Einfluss der Polarisation corrigirt werden. Man erhält für dieselben:

als das Galvanometer mit den Poldrähten in *a*
und *b* verbunden war 18.3
und mit denen in *c* und *d* 10.6.

In den Versuchen XVb und c war ein Daniell'sches Element in die Leitung eingeschaltet, und zwar wie Fig. 3 andeutet; bei beiden Versuchen war derselbe Widerstand in die Brücke *r* eingesetzt. Da dieser Widerstand im Vergleich mit dem in der Wassersäule sehr unbedeutend war, so bezeichnen die in den Versuchen XVb und c mit dem Depolarisator gefundenen Werthe von *u* oder 33.84 und 19.0 die relativen Werthe der Widerstände, als die Galvanometerleitungen das eine mal mit den Golddrähten in den Seitenröhren *a* und *b* und das andere mal mit denen in *c* und *d* vereinigt waren.

Das Verhältniss zwischen diesen letztgenannten Zahlen ist = 1.78, und das Verhältniss zwischen den beiden Ausschlägen 10.6 und 18.3 ist = 1.73. Diese Verhältnisse sind also innerhalb der Grenzen der unumgänglichen Beobachtungsfehler einander gleich.

Aus diesen Versuchen erhält man demnach folgendes Resultat. Wenn man in die Leitung zu dem Galvanometer verschiedene Widerstände einschaltet, so werden die Ausschläge, unter übrigens unveränderten Verhältnissen, der Summe aller Widerstände in der äusseren Leitung und in der Wassersäule zwischen den Poldrähten umgekehrt proportional.

§. 8. Wir haben nun den Ursprung dieser Ströme zu erörtern. Man würde in dieser Hinsicht folgende verschiedene Annahmen machen können:

1. Es könnte möglich sein, dass sich entweder im Kupfergefasse, aus welchem das Wasser gepresst wird, oder im Holzgefasse, in welchem das ausgestromte Wasser aufgefangen wird, eine electromotorische Kraft befände und dass die beiden Gefässe durch den Fussboden des

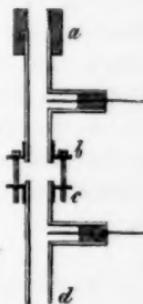
Zimmers und das hölzerne Gestell, das das Kupfergefäß trägt, mit einander in leitender Verbindung ständen. Wenn das Wasser anfängt durch die Glasröhre auszuströmen, entsteht eine neue Leitung zwischen beiden Gefäßen, durch welche der Strom der supponirten electromotorischen Kraft laufen könnte, und ein Theil dieses Stromes würde dann den Weg durch die Galvanometerleitung nehmen und die beobachteten Ausschläge verursachen. Nichts ist leichter als eine solche Ansicht zu widerlegen. Wenn, während der Hahn geschlossen und die Glasröhre mit Wasser gefüllt war, ein dicker Kupferdraht in das untere Ende der mit Wasser gefüllten Glasröhre gesteckt und das andere Ende desselben Drahtes in das zum Theil mit Wasser gefüllte Holzgefäß gebracht wurde, so zeigte die Galvanometernadel keine Spur von einem Strome, obgleich die Leitung zwischen den beiden Gefäßen nun weit besser war, als da das Wasser aus der Glasröhre strömte. Das Verhältniss blieb dasselbe, wenn anstatt des Kupferdrahtes ein Kautschukschlauch über das Ende der Glasröhre gezogen, dann mit Wasser gefüllt und in das Holzgefäß gebracht wurde; auch nun verblieb die Magnetnadel in völliger Ruhe. Ausserdem wurde bei mehreren der angestellten Versuche ein Glasgefäß anstatt eines solchen von Holz zum Auffangen des ausgestromten Wassers gebraucht, ohne dass sich irgend welcher Einfluss auf die Grösse der erhaltenen Ausschläge zeigte. In dem genannten Umstände kann man also die Ursache der beobachteten Ausschläge nicht suchen.

2. Da die beiden Poldrähte einem ungleich starken Drucke der ausströmenden Flüssigkeit ausgesetzt sind, der obere Poldraht nämlich stärker als der untere gedrückt wird, so könnte auch die electromotorische Kraft zwischen dem Golde und der Flüssigkeit ihrer Grösse nach von diesem Drucke abhängig sein. Es ist deutlich, dass auf diese Weise ein galvanischer Strom hervorgerufen werden müsste, der seinen Weg durch die Wassersäule zwischen den Polen und durch die Galvanometerleitung nehmen würde und

einen Ausschlag der Magnetnadel verursachte. Die Beobachtungen selbst widersprechen jedoch einer solchen Erklärung der Ausschläge. Die beiden Glasröhren Nr. 1 und Nr. 2 waren beinahe gleich lang, die Seitenröhren der einen Röhre hatten dieselben Lagen wie die der anderen und waren fast in derselben Entfernung von einander. Hieraus folgt, dass wenn das Wasser von einem gleichen Drucke im Kupfergefäß durch diese Röhren gepresst wird, die Drucke auf die beiden oberen Poldrähte der beiden Röhren einerseits, wie auch auf die unteren andererseits einander gleich sind, dass folglich auch die durch die Verschiedenheiten des Druckes entstandenen electromotorischen Kräfte in beiden Röhren gleich werden müssen. Aber nun hat die Glasröhre Nr. 2 einen Querschnitt, der 1.64 mal grösser ist als der in der Röhre Nr. 1. Der Leitungswiderstand in der letzteren ist deshalb in demselben Verhältniss grösser als der in der ersteren. Mit der Röhre Nr. 2 mussten die Ausschläge also ungefähr 60 Procent grösser als mit Nr. 1 werden. Die vorhergehenden Versuche zeigen jedoch, dass die Ausschläge gleich gross werden.

Um mich davon zu überzeugen, dass selbst viel grössere Druckverschiedenheiten als bei den vorhergehenden Versuchen nicht im Stande sind, die electromotorische Kraft zwischen einem Metalle und einer Flüssigkeit zu verändern, verfuhr ich auf folgende Weise. Zwei mit Seitenröhren versehene Glasröhren *a b* und *c d*, Fig. 6, waren an den Enden *b* und *c* flach geschliffen und konnten so mit einander zusammengeschraubt werden, wie die Figur andeutet. In die Seitenröhren waren Golddrähte eingesetzt. Zwischen die beiden flach geschliffenen Enden wurden dünne Metall- oder Holzscheiben gelegt. Auf das Röhrenende *d* wurde ein mit Wasser gefüllter Kautschuk-schlauch geschoben und durch Hebung desselben das

Fig. 6.



Wasser in die Röhre getrieben, bis es die Luft verdrängt hatte und mit der zwischen den Röhrenenden *b* und *c* liegenden Scheibe in Berührung gekommen war. Darauf wurden die Schrauben zugeschraubt, so dass beide Röhren luftdicht vereinigt wurden. Nachdem auch die obere Röhre mit Wasser gefüllt worden, schraubte man die vereinigten Röhren an die Röhre des Kupfergefäßes, und die Golddrähte wurden mit den Leitungsdrähten des Galvanometers verbunden. Sobald die Gleichgewichtslage der Magnetnadel beobachtet worden, öffnete man den Hahn des Kupfergefäßes, wobei der Druck in der oberen Röhre bis zu zwei Atmosphären über den Druck der äusseren hinaus stieg. Dieses Verfahren wurde mehrmals wiederholt, doch konnte eine deutliche Bewegung der Magnetnadel nicht wahrgenommen werden. Zuweilen sah man die Magnetnadel sich etwas rücken, doch waren diese kleinen Ausschläge nicht constant und lagen innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler. Die Metalle, welche auf diese Weise als Scheideplatten zwischen den beiden Röhren gebraucht wurden, bestanden aus Silber, Neusilber, Eisen, Zink, Kupfer und Zinn.

Man kann der Einfachheit wegen annehmen, dass alle die untersuchten Metalle bei der Berührung mit Wasser negativ werden. Wenn dann die electromotorische Kraft zwischen Gold und Wasser mit *e* und die Veränderung davon, welche etwa durch Erhöhung des Druckes entstehen könnte, mit *d* bezeichnet wird, und wenn *e'* und *d'* entsprechende Bedeutung für eines der anderen Metalle haben, so ist die Summe aller wirksamen electromotorischen Kräfte, während die Flüssigkeit in der oberen zusammengedrückt wird:

$$e + d - (e' + d') - (e - e').$$

Die Beobachtungen geben an, dass diese Summe gleich Null ist; woraus folgt, dass $d - d' = 0$ sein muss. Es müssen also *d* und *d'* für sich Null oder beide gleich gross sein. Diese letztere Alternative ist jedoch nicht statt-

haft, weil es widersinnig wäre, anzunehmen, dass die fragliche Veränderung der electromotorischen Kraft für alle untersuchten Metalle gleich gross sein sollte, obgleich deren electromotorische Kräfte bei der Berührung mit Wasser so verschieden sind. Die Wahl zwischen beiden Alternativen entscheidet man am bestimmtesten dadurch, dass man zwischen beide Röhren eine Scheibe bringt, die bei der Berührung mit Wasser keine electromotorische Kraft hervorruft, z. B. eine Scheibe von Birken- und Fichtenholz, welche nur dadurch leiten, dass ihre Poren vom Wasser durchdrungen werden. Die Versuche zeigten, dass die Magnetnadel in Ruhe verblieb, woraus also folgte, dass *d* wirklich gleich Null ist.

Aus dem Angeführten geht hervor, dass die Verschiedenheit in dem Drucke, welchen das ausströmende Wasser auf die beiden Poldrähte ausübt, nicht die rechte Ursache zu den beobachteten Ausschlägen sein kann.

3. Die ausströmende Flüssigkeit übt eine Reibung gegen die Poldrähte aus, welche gegen den oberen Poldraht grösser ist als gegen den unteren, weil der Druck gegen den ersteren stärker ist, und die somit die Ströme erzeugen konnte. In dieser Hinsicht erinnern wir zuerst an den Versuch Vb, welcher zeigt, dass der Wasserstrom, obgleich er an den Enden der Poldrähte dicht vorbeigeht, eigentlich keine Reibung gegen dieselben auszuüben scheint, sondern nur gegen die dünne Wasserschicht, mit der sie umgeben sind, und dadurch kann keine Veränderung in dem electrischen Zustande entstehen. Es ist oben experimentell bewiesen worden, dass die fraglichen Ströme der Summe der Widerstände in der Leitung des Galvanometers und in der Wassersäule zwischen den Poldrähten umgekehrt proportional sind. Dieses deutet darauf hin, dass die Ursache zu denselben schwerlich auf der Reibung beruhen kann; denn in solchem Falle müssen wohl diese Ströme sich wie diejenigen verhalten, die auf andere Weise durch Reibung hervorgerufen werden (z. B. mit einer Electrisirmschine) und deren Wirkung auf ein Gal-

vanometer von dem Widerstande unabhängig ist. Der Versuch XV a zeigt schliesslich, dass die besagten Ströme entstehen, selbst wenn die Golddrähte in den Seitenröhren so weit zurückgezogen sind, dass der Wasserstrom unmöglich irgend welche Reibung gegen dieselben ausüben kann.

Folgender Versuch beweist direct, dass die Reibung des Wassers gegen die Poldrähte keine Ströme verursacht. Ich bediente mich einer Glasröhre von derselben Form, wie in Fig. 2, nur mit dem Unterschiede, dass die eine der gerade einander gegenüberstehenden Seitenröhren bedeutend länger als die andere war. In die kürzere Seitenröhre wurde der Golddraht so eingesetzt, dass dessen Ende das ausströmende Wasser berührte, wogegen der Golddraht der längeren Seitenröhre soweit zurückgezogen wurde, dass der Abstand zwischen dessen Endfläche und dem Wasserstrom 8 Cm. ausmachte. Dass das Wasser in dem zunächst dem Golddrahte gelegenen Theile der langen Seitenröhre nicht in Bewegung gerieth, als das Wasser aus der Hauptröhre strömte, wurde durch einige kleine dort befindliche Luftbläschen, welche völlig stille lagen, bewiesen. Der eine Poldraht war also einer starken Reibung ausgesetzt, während der andere von stillstehendem Wasser umgeben war. Wurden die Golddrähte nun mit dem Galvanometer verbunden, so bemerkte man doch keinen galvanischen Strom, während das Wasser aus der Hauptröhre unter dem Drucke von 2 Atmosphären ausströmte. Daselbe Resultat ergab sich, als zwei Messingdrähte statt der goldenen angewandt wurden.

4. Schliesslich würde man vermuthen können, dass die Reibung des Wassers gegen die Wände der Glasröhre die wirkliche Ursache der untersuchten Ströme sei. Zöllner hat die interessante Beobachtung gemacht, dass, wenn zwei verschiedene Körper, von welchen der eine ein Isolator und der andere ein Halbleiter ist, sich gegen einander auf solche Weise reiben, dass dadurch eine Electricitätsvertheilung hervorgebracht wird, in dem Halbleiter

ein electrischer Strom entsteht, dessen Richtung von der Natur des Isolators und der relativen Bewegung zwischen dem Isolator und dem Halbleiter abhängig ist.¹⁾ Man kann nach Zöllner diese Beobachtungen unter anderm mit einer gewöhnlichen Electrisirmschine machen, wenn man zwei Leitungsdrähte in das Reibzeug einsetzt, den einen in das vordere Ende (das Ende, welchem die rotirenden Glaspartikeln sich nähern) und den anderen in das hintere Ende desselben, und diese Drähte mit den Leitungen eines Galvanometers vereinigt. Sobald die Glasscheibe in Rotation gesetzt wird, erhält man in der Leitung einen electrischen Strom, welcher von dem hinteren Drahte durch das Galvanometer nach dem vorderen geht. Wenn die Glasscheibe stille steht, anstatt dessen aber das Reibzeug in derselben Richtung vorgeschoben wird, in welcher die Glasscheibe im vorigen Falle rotierte, so erhält man ebenfalls einen Strom im Galvanometerdrahte, aber dieser Strom geht in entgegengesetzter Richtung gegen den vorigen. Wenn die Glasscheibe mit einer Harzschicht überzogen ist, so dass diese durch die Reibung negativ und das Reibzeug positiv electrisch wird, so haben die Ströme die entgegengesetzte Richtung. Durch einen besonderen Versuch hat Zöllner gezeigt, dass die Stärke dieser Ströme der Grösse der reibenden Oberfläche des Reibzeuges proportional ist.

Wenn man das Angeführte auf das Strömen des Wassers durch die Glasröhren anwenden will, so muss man annehmen, dass das Wasser durch die Reibung gegen die Röhrenwände positiv electrisch wird. Das strömende Wasser entspricht dann dem halbleitenden Reibzeuge und die Glasröhre der Glasscheibe bei Zöllner's Versuch. Wenn die Golddrähte in den Seitenröhren *a* und *b*, Fig. 1, mit einem Galvanometer verbunden sind, so würde man also einen electrischen Strom zu erwarten haben, der von der Seitenröhre *b* durch den Galvanometerdraht nach *a*

1) Pogg. Ann. CLVIII. p. 497.

geht, also in derselben Richtung, welche der Strom bei meinen Versuchen hatte. Ein Theil der entwickelten Electricität müsste den Weg durch die Wassersäule selbst von *b* nach *a* nehmen und folglich nicht dazu beitragen, die Magnetnadel in Bewegung zu setzen.

Bei näherer Prüfung zeigt sich diese Erklärungsweise jedoch gänzlich unhaltbar. Zunächst ist experimentell nicht bewiesen, dass das Wasser durch Reibung gegen die Glasoberfläche positiv electricisch geworden ist. Das Glas wird von dem Wasser befeuchtet und hält eine dünne Schicht davon zurück, welche an der Bewegung der übrigen Wassermenge nicht theilnimmt. Die Reibung findet also zwischen zwei Wasserschichten statt und dadurch kann wohl keine Electricitätsentwickelung erzeugt werden. Wenigstens scheint nach dem Vorhergehenden hinsichtlich der Metalle das Verhältniss ein solches zu sein, und es ist schwierig eine Ursache zu finden, warum dasselbe nicht auch für Glas gelten sollte. Aber ohne dieser Bemerkung irgend welches Gewicht beizulegen, kann man doch aus den angestellten Versuchen ersehen, dass die vorgeschlagene Erklärungsweise nicht anwendbar ist. Zuerst müsste der Theil des Stromes, der seinen Weg von *b* nach *a* durch die Wassersäule nehmen sollte, im Vergleich mit dem Stromtheile, der durch das Galvanometer geht, verschwindend klein sein. Diese Ströme müssen nämlich zu einander im umgekehrten Verhältnisse zu den Widerständen in ihren respectiven Bahnen stehen; aber nun betrug der Widerstand der Galvanometerleitungen 640, während der Widerstand einer Säule destillirten Wassers von 140 Mm. Länge in der Glasküvette Nr. 1 sich auf 1824000 Einheiten, und für das besser leitende Wasser der Wasserleitung auf 111600 Einheiten belief. Unter allen Umständen kann man also ohne merklichen Fehler annehmen, dass der electrische Strom, welcher durch die Reibung des Wassers gegen die Wände der Glasküvette entstehen sollte, ungeheilt durch die Galvanometerleitung läuft.

Die Electricitätsentwickelung durch die Reibung in

diesem Falle müsste nach Zöllner's Versuchen der Grösse der Reibungsoberfläche zwischen dem Wasser und dem Glase proportional sein. Die electromotorische Kraft in der Glasröhre Nr. 1 müsste deshalb geringer als die in Nr. 2 werden, weil die Röhrenoberfläche der ersteren sich zu der der letzteren wie 5 zu 6.25 verhält. Die oben angeführten Versuche zeigen, dass die Stromstärke unter übrigens gleichen Verhältnissen der Summe der Widerstände in der Galvanometerleitung und in der Wassersäule zwischen den Poldrähten umgekehrt proportional ist. Dieser Widerstand in der Glasröhre Nr. 1 ist bedeutend grösser als der in Nr. 2. In der Glasröhre Nr. 1 ist also die elektromotorische Kraft geringer, der Widerstand aber grösser als in Nr. 2, und daraus würde folgen, dass der mit der ersteren Röhre erhältene Strom bedeutend geringer wäre als der Strom, welchen man mit der letzteren erhält. Doch dieses widerspricht der gemachten Erfahrung, welche lehrt, dass die Ströme in beiden Fällen vollkommen gleich gross sind. Dasselbe Resultat ergibt sich, wenn man eine der Röhren Nr. 1 oder Nr. 2 mit Nr. 3 vergleicht.

Es kann diese Erklärung der Strombildung also nicht die rechte sein. Auch der folgende Versuch beweist deutlich, dass die untersuchten Ströme sich von einer anderen Ursache als von der Reibung herleiten müssen.

Versuch XVI. Dieser wurde mit der vorher beschriebenen Röhre, welche in der Mitte zusammengeschraubt werden konnte (Fig. 6), angestellt. Erst liess man destillirtes Wasser durch die Röhre strömen, während die flachgeschliffenen Enden zusammengeschraubt waren, ohne dass man eine Scheibe dazwischen brachte. Sie vertrat nun also die Stelle einer gewöhnlichen ganzen Röhre ohne Abbruch in der Mitte. Darauf brachte man zwischen die flachgeschliffenen Röhrenenden eine Scheibe von Ebonit, $\frac{1}{2}$ Mm. dick und mit 18 Löchern von $\frac{1}{4}$ Mm. Durchmesser durchbohrt. Darauf machte man denselben Versuch, indem die Ebonitscheibe durch eine Messingscheibe, eben-

falls $\frac{1}{4}$ Mm. dick und mit 16 Löchern durchbohrt, deren Durchmesser ungefähr $\frac{1}{8}$ Mm. betrug, ersetzt wurde. Schliesslich wurden die ersten Versuche ohne Scheibe wiederholt. Die erhaltenen Ausschläge waren folgende:

ohne Scheibe:	mit der Messingscheibe:	mit der Ebonitscheibe:
Nr. 1 20.0	Nr. 3 26.0	Nr. 7 23.0
„ 2 22.0	„ 4 23.0	„ 8 24.0
„ 11 17.4	„ 5 23.1	„ 9 25.0
„ 12 17.4	„ 6 23.1	„ 10 24.5
Mittel 19.2	Mittel 23.8	Mittel 24.1

Als das Wasser ausströmte, ohne dass eine Scheibe eingesetzt war, flossen 372 Cc. in der Secunde aus, und als die Messingscheibe eingesetzt war, 85 Cc. Die Geschwindigkeit war also in diesem Falle bis auf weniger als ein Viertel von dem, was sie in jenem war, heruntergegangen.

Wir wollen nun dieses Resultat zu erklären suchen, indem wir annehmen, dass die Reibung die wirkliche Ursache der erhaltenen Ströme ist.

Die vorher mitgetheilten Versuche beweisen, dass, wenn die Reibung die rechte Ursache ist, ihr Vermögen, besagte Ströme hervorzurufen, mit abnehmender Geschwindigkeit des Wassers geringer werden muss. Alle vorher angeführten Versuche stimmen darin überein. In den Versuchen mit den Ebonit- und Messingscheiben fiel die Geschwindigkeit des Wassers bis auf weniger als ein Viertel, und man kann daher berechnen, dass von den mit diesen Scheiben erhaltenen Ausschlägen nicht mehr als 4 oder 5 Scalentheile sich von der Reibung des Wassers gegen die Wände der Glasröhre herleiten konnten. Die übrigen 19 bis 20 Scalentheile müssen deshalb durch die Reibung des Wassers gegen die Scheiben entstehen. Aber oben unter 3 wurde ein Versuch angeführt, welcher bewies, dass die Reibung des Wassers gegen Messing keinen electrischen Strom hervorzurufen vermag. Die vorgeschlagene Erklä-

rungswise führt also zu einem unauflöslichen Widerspruch.

Somit folgt, dass die Reibung des Wassers gegen die Glasröhre nicht die Ursache der beobachteten Ströme sein kann. Die Annahme, dass dieselben zufolge einer Temperaturverschiedenheit zwischen den beiden Polen einen thermoelectrischen Ursprung haben, bedarf gewiss keiner Widerlegung. Man braucht in dieser Hinsicht nur daran zu erinnern, dass dieser Temperaturunterschied nur bis zu einem unbedeutenden Bruchtheile eines Grades steigen kann, während bei manchen von den angestellten Versuchen die electromotorische Kraft grösser als die eines Daniell'schen Elementes war.

Aus dieser Untersuchung über die möglichen Ursachen der Entstehung der fraglichen Ströme muss man den Schluss ziehen, dass dieselben mit der gewöhnlichen Annahme über die Natur der Electricität, nicht erklärt werden können. Ich werde in dem letzten Paragraphen zu zeigen suchen, dass sie dagegen aus der von mir aufgestellten unitarischen Theorie hergeleitet werden können.

§. 9. In dem Vorhergehenden sind folgende Sätze, die fraglichen electricischen Ströme betreffend, experimentell bewiesen worden. I. Die Intensität dieser Ströme nimmt mit der Geschwindigkeit der Flüssigkeit zu; II. Wenn der Widerstand in der Leitung ausserhalb der Glasröhre so gering ist, dass derselbe, im Vergleich mit dem Widerstände in der zwischen den Polen eingeschalteten strömenden Flüssigkeitssäule, vernachlässigt werden kann, so ist die Stromstärke von der Länge und dem Querschnitt der Flüssigkeitssäule unabhängig, insofern die Ausflussgeschwindigkeit dieselbe ist. III. Wenn man verschiedene Widerstände in die Leitung ausserhalb der Glasröhre einschaltet, so wird die Stromstärke der Summe aller Widerstände in der äusseren Leitung und in der strömenden Wassersäule umgekehrt proportional. Aus den Sätzen II und III folgt unmittelbar IV, dass die electromotorische Kraft der Länge der zwischen den Polen eingeschalteten strömenden Flüssig-

keitssäule direct, dem Querschnitt derselben aber umgekehrt proportional ist.

Es hat sich ausserdem gezeigt, dass die electromotorische Kraft von der Beschaffenheit der Flüssigkeit abhängig ist: sie war bei dem destillirten Wasser am grössten und bei der Alkoholmischung und dem Wasserleitungswasser geringer, wobei bemerk werden kann, dass von den beiden letztgenannten die Alkoholmischung einen grösseren und das Wasserleitungswasser einen geringeren Widerstand als das destillirte Wasser haben. Es scheint also hiernach, als hätte die electromotorische Kraft ihren grössten Werth für einen Leitungswiderstand von einer gewissen Grösse und nähme ab, wenn der Widerstand grösser oder geringer als dieser wird.

Dass die sogenannten Diaphragmenströme denselben Ursprung haben, wie die Ströme, welche in dem Vorausgehenden beschrieben worden, scheint mir nicht dem geingsten Zweifel unterworfen zu sein. Das Diaphragma besteht aus einem System von nebeneinanderliegenden Haarröhrchen, welche an Form und Grösse unter sich verschieden sein können. Wenn die Flüssigkeit durch diese Haarröhrchen gepresst wird, entsteht in jedem von ihnen eine electromotorische Kraft auf dieselbe Weise, wie es sich mit den vorherbeschriebenen Glasröhren von grösseren Dimensionen verhält. Während des Durchströmens der Flüssigkeit kann das Diaphragma also als aus einer Menge galvanischer Elemente bestehend betrachtet werden, deren positive Pole und deren negative Pole alle unter sich verbunden sind. Die electromotorische Kraft in der so gebildeten Kette ist nicht grösser als in einem Haarröhrchen, der Leitungswiderstand in dem ganzen Diaphragma aber viel geringer als in einem Röhrchen allein. Mit Hülfe eines Diaphragmas stellt man diese Erscheinung auf eine sehr complicirte Weise dar; gebraucht man dagegen zu den Versuchen eine einzige Röhre von grösserer Dimension, so hat man der Erscheinung ihre einfachste Form gegeben. Im letzteren Falle muss es

natürlich am leichtesten sein, der rechten Ursache der Erscheinung auf die Spur zu kommen.

Ohne mich auf eine nähere Erläuterung der Diaphragmenströme einzulassen, will ich nur durch ein Beispiel die Anwendbarkeit der oben gefundenen Gesetze auf die Erklärung derselben zeigen.

Wir nehmen an, dass durch ein Diaphragma, welches 1.64 Mm. dick und 25 Mm. im Durchmesser ist, 3.26 Gr. destillirtes Wasser in jeder Minute gepresst werden. Wir denken uns, dass dieses Diaphragma mit 2000 gleich grossen, runden Löchern von 0.01 Mm. Durchmesser versehen ist, die zu den Oberflächen des Diaphragmas senkrecht stehen. Die Länge dieser capillaren Röhren ist dann der Dicke des Diaphragmas oder 1.64 Mm. gleich. Es ist leicht zu berechnen, dass die Geschwindigkeit des Wassers in den Capillarröhren 346 Mm. in der Secunde ausmachen muss, wenn in der Minute 3.26 Gr. durchgepresst werden; und dazu sollte nach Poiseuille's Formel, wenn das Diaphragma aus Glas bestände und das Wasser eine Temperatur von 10 Grad hätte, ein Druck von 1739 Mm. Quecksilber erforderlich sein. Nun kann man fragen, wie gross die electromotorische Kraft in diesem Diaphragma wird, wenn man bei ihrer Berechnung von den oben mitgetheilten experimentellen Bestimmungen für weitere Röhren ausgeht.

In dem oben mitgetheilten Versuche VIII wurden destillirtes Wasser und die Glasmöhre Nr. 3, deren Durchmesser 3.25 Mm. war, angewandt. Die Entfernung zwischen den Polen war 140 Mm. Als das Wasser mit einer Geschwindigkeit von 8.7 M. in der Secunde ausströmte, wurde ein Ausschlag von 13.1 Scalentheilen erhalten. Als der Strom eines Daniell'schen Elementes durch dieselbe Leitungsbahn lief, erhielt man einen Ausschlag, welcher, für die Polarisation corrigirt, 33.64 Scalentheile ausmachte. Hieraus ergibt sich, dass die electromotorische Kraft in dieser Röhre für die genannte Geschwindigkeit sich auf 0.39 eines Daniell'schen Elementes **D** belief. Nach den Ver-

suchen mit destillirtem Wasser sind die Ausschläge den Quadraten der Ausflussgeschwindigkeit des Wassers annähernd proportional, und dasselbe gilt natürlich zugleich von den electromotorischen Kräften. Es ist zwar anzunehmen, dass dieses Gesetz nicht seine Gültigkeit beibehält, wenn die Geschwindigkeiten gering werden, in welchem Falle diese Kräfte sich der Proportionalität mit den Geschwindigkeiten zu nähern scheinen. Wenn wir es indess für die approximative Berechnung gelten lassen, so ergibt sich die electromotorische Kraft x in dem supponirten Diaphragma:

$$x = \frac{0.39 \cdot 1.64 \cdot (3.25)^2 (346)^2 D}{140 (0.01)^2 (8700)^2} = 0.76 \cdot D.$$

Quincke hat bei einem seiner Versuche ein Diaphragma aus Thon angewandt, welches die angegebenen Dimensionen, 25 Mm. im Durchmesser und 1.64 Mm. in der Dicke, hatte. Mit einem Druck von 1981 Mm. Quecksilber wurden durch dasselbe 3.26 Gr. destillirtes Wasser in der Minute gepresst. Die hierbei entstandene electromotorische Kraft machte 0.7 eines Daniell'schen Elementes aus. Obgleich das von Quincke angewandte Diaphragma ohne Zweifel demjenigen, für welches obenstehende Berechnung ausgeführt worden, in Rücksicht der Form wie auch der Anzahl und Grösse der Capillarröhren sehr unähnlich war, so ist dieses doch kein gültiger Grund für die Annahme, dass die Diaphragmenströme ihrer Natur nach von den Strömen, welche in dem Vorhergehenden beschrieben worden sind, verschieden sein sollten.

§. 10. Wir denken uns, dass wir in eine mit atmosphärischer Luft gefüllte Röhre mit grosser Geschwindigkeit einen Kolben von einer gewissen Länge und aus einem porösen Stoffe schieben, durch welchen die Luft gehen kann, doch so, dass der poröse Stoff dem Durchdringen der Luft einen gewissen Widerstand entgegensetzt. Wenn man nun, während der Kolben in schneller Bewegung ist, die Dichtigkeit der Luft in Durchschnitts-

flächen, welche in verschiedenen Abständen von der vorderen Endfläche des Kolbens gelegen sind, untersucht, so findet man bekanntlich, dass die Dichtigkeit der Luft an der Endfläche des Kolbens, die bei der Bewegung vorangeht, am grössten ist, und dass dieselbe von da abnimmt, je mehr man sich der hinteren Endfläche, wo sie am geringsten ist, nähert. Die Luft wird in der Richtung der Bewegung mitgeschleppt; dadurch entsteht die erwähnte Verschiedenheit in der Dichtigkeit der Luft, und diese Verschiedenheit nimmt so lange zu, bis der Luftstrom, welcher durch die Verschiedenheit des Druckes durch die Poren des Kolbens in einer der Bewegung entgegengesetzten Richtung entstehen sollte, mit dem gleich ist, der durch das Mitschleppen verursacht wird. Nachdem diese Ströme gleich stark geworden, wird das Verhältniss zwischen der Dichtigkeit der Luft in den verschiedenen Theilen des Kolbens nicht verändert, sofern die Geschwindigkeit des Kolbens nicht verändert wird.

Wenn wir das eben Angeführte auf die Erklärung der im Vorhergehenden beschriebenen electricischen Ströme anwenden wollen, so entspricht dem Kolben die strömende Flüssigkeit und der atmosphärischen Luft das electriche Fluidum oder der Aether. Wenn ein electricher Strom durch die Leitungsdrähte des Galvanometers in der Richtung von dem unteren Poldrahte nach dem oberen laufen können soll, so muss die Dichtigkeit des Aethers bei dem unteren Poldrahte grösser sein als die bei dem oberen. Wenn die erste Dichtigkeit x genannt wird, die letztere x' , der Widerstand in der Galvanometerleitung w und die Stromstärke i , so hat man die bekannte Gleichung:

$$\frac{x - x'}{w} = i.$$

Wenn der Widerstand der strömenden Flüssigkeit so gross wäre, dass die Moleküle des Aethers mit den Molekülen der Flüssigkeit als fest verbunden betrachtet werden können, so würde offenbar keine Verschiedenheit in der

Dichtigkeit des Aethers entstehen können. Obgleich der Aether in diesem Falle mit derselben Geschwindigkeit wie die Flüssigkeit ausströmen würde, so würde doch kein Theil dieses Aetherstromes durch die Leitungsdrähte des Galvanometers laufen können, weil dann x gleich x' wäre. Dasselbe würde eintreffen, wenn der Widerstand der Flüssigkeit so unbedeutend wäre, dass sie den Aether in der Richtung der Bewegung durchaus nicht mitzuziehen vermöchte. In diesem Falle würde der Aether ungeachtet der Bewegung der Flüssigkeit in Ruhe verbleiben und seine Dichtigkeit überall gleich gross sein. Der Aetherstrom, welcher durch das Mitschleppen verursacht wird und welcher durch die Galvanometerleitung laufen kann, weil er eine verschiedene Dichtigkeit an den Polen verursacht, muss deshalb durch eine solche Function des Widerstandes und der Geschwindigkeit ausgedrückt werden, dass diese Function Null wird, sowohl wenn der Widerstand Null ist, als auch, wenn er unendlich gross ist. Wenn k den Leitungswiderstand der Flüssigkeit und h deren Geschwindigkeit bezeichnen, so kann die in Rede stehende Function, unter übrigens gleichen Verhältnissen, mit $F(k, h)$ ausgedrückt werden.

Bei der unvollkommenen Kenntniss, welche wir von dem Aether und der molecularen Beschaffenheit der Flüssigkeiten haben, dürfte es nicht möglich sein, die Functionsform auf theoretischem Wege näher zu bestimmen, und die oben mitgetheilten Versuche sind auch nicht für eine solche Bestimmung auf experimentellem Wege hinreichend.

Nachtrag.

Nachdem die vorstehende Abhandlung schon in den Schriften der Schwedischen Akademie der Wissenschaften gedruckt und eine Uebersetzung davon vorbereitet war, erhielt ich das erste Heft von Pogg. Ann. für das Jahr

1877, worin eine Untersuchung über denselben Gegenstand von Hrn. Professor Dorn aufgenommen ist. Ich will deswegen hier dem Obenstehenden folgende Worte hinzufügen.

Die Abhandlung des Hrn. Dorn stimmt mit der vorstehenden darin überein, dass electrische Ströme bei dem Strömen der Flüssigkeiten durch cylindrische Röhren entstehen, auch wenn der Durchmesser derselben mehrere Millimeter ausmacht. Nach früheren Erfahrungen hatte man angenommen, dass zu der Entstehung des electrischen Stromes in diesem Falle ein Diaphragma oder eine zwischen zwei weitere eingesetzte engere Röhre erforderlich wäre. Dieser Umstand war die eigentliche Ursache, dass ich mich bei meiner vorigen Untersuchung für berechtigt hielt, anzunehmen, dass die kleinen Ausschläge, welche ohne Säule entstanden, durch die Polarisation der Poldrähte verursacht wurden.¹⁾

Hr. Dorn hat ausserdem gezeigt, dass die Stromstärke unverändert bleibt, mag die Glasröhre auf der Innenseite rein oder mit Schwefelkristallen oder Schellack überzogen sein. Also auch nach der Untersuchung des Hrn. Dorn kann man schwerlich der Ansicht sein, dass diese Ströme sich von der Reibung der Flüssigkeit gegen die Röhrenwände herleiten. Diese Beobachtung stimmt übrigens mit der von mir aufgestellten Ansicht über die Entstehung dieser Ströme überein.

In dem Vorhergehenden ist bewiesen worden, dass die fraglichen Ströme sich von einer electrischen Kraft ausserhalb der Glasröhre nicht herleiten, dass sie durch die Reibung der Flüssigkeit weder gegen die Wände der Röhre noch gegen die Poldrähte verursacht werden, wie auch dass der verschiedene Druck der Flüssigkeit auf die beiden letzteren in dieser Hinsicht keinen Einfluss ausübt. Man muss hieraus den Schluss ziehen, dass die strömende Flüssigkeit das Vermögen hat, das

1) Pogg. Ann. CLVI. p. 271.

electrische Fluidum direct in Bewegung zu setzen, und zwar in derselben Richtung, in welcher die Flüssigkeit strömt. Uebrigens ist es für unsere Be trachtung ganz gleichgültig, wie dieses geschieht. Das Strömen der Flüssigkeit ist demnach die unmittelbare Ursache des electrischen Stromes. Die obenstehenden Beobachtungen zeigen, dass die Geschwindigkeit des electrischen Fluidums mit der Geschwindigkeit des Flüssigkeitsstromes vergrössert wird. Wenn also ein electrischer Strom durch eine Flüssigkeitssäule, welche sich in Ruhe befindet, läuft, so folgt unmittelbar hieraus, dass die Flüssigkeitssäule die Geschwindigkeit des electrischen Fluidums zu vermindern oder seine Bewegung zu hindern sucht, und dass dieses Hinderniss mit der Geschwindigkeit des Fluidums an Grösse zunimmt. Dieses will mit anderen Worten sagen, dass der wirkliche Leitungswiderstand mit der Stromstärke zunimmt. Soviel ich ersehen kann, ist also der aus der Theorie hergeleitete Satz, dass der Widerstand mit der Stromstärke zunimmt, hiermit experimentell bewiesen.

Der Strom, welcher bei den angestellten Versuchen zum Galvanometer übergeht, beruht auf dem Unterschied in den electrischen Tensionen auf den beiden Poldrähten. Wenn dieser Unterschied gleich Null ist, so ist der fragliche Strom auch gleich Null. Wie oben gezeigt wurde, ist dieser Tensionsunterschied eine solche Function des Widerstandes, dass diese Function sich Null nähert, wenn der Widerstand sehr gering und wenn derselbe sehr gross ist. Möglicherweise kann er auch auf irgend einer anderen molecularen Eigenschaft der angewendeten Flüssigkeit beruhen. Der Strom, welcher bei Hrn. Dorn's und meinen Versuchen zum Galvanometer ging, müsste also für Flüssigkeiten mit relativ geringem Widerstande klein werden, dann steigen und sein Maximum erreichen, wenn der Widerstand zunimmt, und schliesslich abnehmen, wenn der Widerstand noch mehr zunimmt. Dieses wird auch

durch die angestellten Beobachtungen völlig bestätigt. Bei meiner Herleitung der theoretischen Formel für die Diaphragmenströme ist der Umstand, dass der genannte Tensionsunterschied in der soeben erwähnten Weise von dem Widerstande abhängig ist, übersehen worden.¹⁾ Zu der Zeit fanden sich auch keine Beobachtungen vor, die die Aufmerksamkeit darauf hinlenken konnten. Beachtet man dieses, so stimmen Theorie und Erfahrung miteinander vollkommen überein.

Als absoluter Alkohol durch die Röhre strömte, fand Hr. Dorn, dass der electrische Strom durch das Galvanometer in entgegengesetzter Richtung lief, wie bei Anwendung der übrigen Flüssigkeiten. Man darf daraus indess keineswegs schliessen, dass der strömende Alkohol das electrische Fluidum in entgegengesetzter Richtung gegen seine eigene Bewegungsrichtung zu führen sucht. Diese Ausnahme kann dadurch erklärt werden, dass die Dichtigkeit des electrischen Fluidums für diese Flüssigkeit auf dem oberen Poldrahte grösser wird als auf dem unteren, obschon der electrische Strom in der Röhre selbst in derselben Richtung, wie die ausströmende Flüssigkeit, läuft. Auf welchen molecularen Eigenschaften der Flüssigkeit dieses beruhen kann, dürfte, solange unsere Kenntniss der Erscheinung so unvollkommen ist, unmöglich zu bestimmen sein.

II. Zur Metallreflexion; von Prof. F. Eisenlohr.

In einer der Berliner Akademie vorgetragenen Abhandlung²⁾ hat Hr. Wernicke die Brechungsexponenten undurchsichtiger Körper auf einem ganz neuen Wege zu

1) Théorie des phénomènes électriques, p. 58.

2) Berl. Monatsber. Nov. 1874. Pogg. Ann. CLV. p. 87.

bestimmen gesucht, und ist dadurch auf Werthe gekommen, welche für Silber zwischen 3 und 5 liegen, während die von mir und anderen nach der Theorie von Cauchy aus den Versuchen von Jamin abgeleiteten Werthe für die von Cauchy durch $\vartheta \cos \alpha$, von Wernicke mit dem Namen des Brechungsindex bezeichnete Grösse für Silber zwischen $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{5}$ liegen. In einer späteren Mittheilung¹⁾ sucht er zunächst die Nichtübereinstimmung seiner Versuche mit der Theorie von Cauchy daher zu leiten, dass Cauchy die longitudinalen Schwingungen vernachlässigt habe; und behauptet, dass bei Berücksichtigung derselben sich sehr grosse Brechungsindices ergeben. Endlich leitet er aus der Interferenz des an der Vorder- und Hinterfläche eines dünnen, theilweise mit Silber belegten, Glasplättchens senkrecht gespiegelten Lichtes Werthe für die Summe der Quadrate des Brechungs- und Extinctionsindex (ϑ^2 bei Cauchy) ab, welche nicht viel von 1 verschieden sind, und schliesst daraus, dass auch diese Werthe mit den nach Cauchy abgeleiteten nicht übereinstimmen, auf die völlige Unhaltbarkeit der Theorie desselben. Freilich gaben die jüngst mitgetheilten Versuche Wernicke's²⁾ über die Absorption des Lichtes in Silber eine solche Uebereinstimmung mit den Resultaten der nach Cauchy's Theorie berechneten Versuche Jamin's, dass, wie der Verfasser sagt, „man in Versuchung geführt werden könnte, darin eine Stätze der Cauchy'schen Formeln zu finden.“

Zunächst ist zu bemerken, dass für die senkrechte Incidenz die longitudinalen Schwingungen nicht in Betracht kommen, dass also hier die etwaige Verschiedenheit der vollständigen Formeln von denen Cauchy's gar nicht zu berücksichtigen war. Ausserdem scheint aber der Widerspruch zwischen den Resultaten der verschiedenen Versuche und der Theorie nicht auf einem Mangel der letzteren, sondern auf dem vollständigen Missverständnisse dersel-

1) Berl. Monatsber. Pogg. Ann. CLIX. p. 198.

2) Berl. Monatsber. Febr. 1876. Pogg. Ann. Erg. Bd. VIII. p. 65.

ben Seitens Hrn. Wernicke's zu beruhen. Was zunächst die in dem ersterwähnten Aufsatze mitgetheilten Versuche betrifft, so wird der Logarithme des Verhältnisses der Auslösung des Lichtes in verschiedenen dicken Schichten von Silber als Maasstab der geometrischen Abnahme des Lichtes für eine bestimmte Dicke benutzt, was wohl zulässig ist, wenn auch das erhaltene Resultat keine grosse Genauigkeit haben kann. Dann aber soll aus der Vergleichung der Abnahme bei senkrechter und geneigter Incidenz die Richtung des Lichtstrahls im Metalle und daraus der Brechungsexponent abgeleitet werden. Es beruht diese Ableitung auf dem Irrthum, dass durch Ausbreitung der Aethererschütterung von den Theilchen der Grenzfläche aus in das absorbirende Medium eine ebene Lichtwelle derselben Art zu Stande komme, wie in durchsichtigen Körpern, und dass die Länge des Weges, welche die Absorption bedingen soll, wie dort dem Cosinus eines Winkels proportional ist, dessen Sinus nach bekannten Gesetzen den Brechungsexponenten ergibt.

Eine einfache Erwägung zeigt jedoch, dass die Absorption nach der Theorie von Cauchy daraus abgeleitet werden kann, dass beim Durchgange des Lichtes durch durchsichtige Medien von der Dicke d eine Verzögerung der Phase von $\frac{2\pi d \cos \alpha'}{\lambda'}$ eintritt, wenn λ' die Wellenlänge und α' der Winkel des Lichtstrahls mit der Normale in dem Medium ist; was darauf hinauskommt, den Ausdruck

$$\frac{2\pi d \cos \alpha' i}{\lambda'}$$

für die Amplitude mit $e^{\frac{2\pi d \cos \alpha' i}{\lambda'}}$ zu multipliciren und den reellen Theil allein zu berücksichtigen. Ist das Medium ein absorbirendes, so genügt man offenbar den Grenzbedingungen ebenso gut durch Einführung eines complexen Brechungsindex ϑe^{is} , welcher ausdrückt, dass sich die Erschütterung im Metall mit einer Geschwindigkeit ausbreitet, welche sich zu der im leeren Raume wie 1 zu $\vartheta \cos s$ verhält, und zugleich auf die Länge λ der Welle im leeren Raume in dem Verhältniss von $e^{-2\pi \vartheta \sin s}$ abnimmt. Setzt

man die daraus abgeleiteten Werthe für $\cos \alpha'$ und λ' in

in den obigen Ausdruck $e^{-\frac{2\pi d \cos \alpha' i}{\lambda'}}$, so besteht der reelle Theil desselben erstens aus einem Theile, der eine Aenderung der Phase andeutet, welche hier nicht in Betracht kommt, zweitens aus einem die Absorption ausdrückenden

$$\frac{2\pi d c \vartheta \sin(\varepsilon + u)}{\lambda}$$

Factor $e^{-\frac{\lambda}{\lambda'}}$, wo, wie in meinem früheren Aufsatze über Metallreflexion¹⁾ c und u aus den Constanten ϑ und ε durch die Gleichungen:

$$c^2 \vartheta^2 \cos 2(\varepsilon + u) = \vartheta^2 \cos 2\varepsilon - \sin^2 \alpha$$

$$c^2 \vartheta^2 \sin 2(\varepsilon + u) = \vartheta^2 \sin 2\varepsilon$$

abgeleitet werden, α aber der Einfallswinkel des Lichtes ist. Hiernach wären die Versuche zu berechnen, mit Hülfe der am Schlusse des Aufsatzes gegebenen Tabelle für ϑ und ε ²⁾, soweit sich dieselbe auf dieselben Theile des Spectrums bezieht, wie die Versuche Wernicke's.

Man findet für:

Senkr. Incidenz	Incidenz von 60°		Senkr. Incidenz	Incidenz von 80°	
	beob.	ber.		beob.	ber.
Linie C 287	281	277	672	663	661
D 275	265	264	659	650	644
E 272	267	257	643	637	625
F 273	260	250	642	636	618
G 260	245	226	670	615	593

1) Pogg. Ann. CIV. p. 370.

2) Diese Tabelle mag zugleich als eine Berichtigung der früher a. a. O. gegebenen Tabelle dienen, welche dadurch fehlerhaft wurde, dass ich, irregeführt durch die etwas unklare Bezeichnung Jamin's in seinem Aufsatz Ann. de chim. et d. phys. (3) XXII. p. 317 das von diesem angegebene Verhältniss der Amplituden nach zweimaliger Reflexion für das nach einmaliger Reflexion hielt. Dass die erstere Auffassung die richtige ist, ergibt sich aus der von ihm selbst in einem früheren Aufsatze Ann. d. chim. et d. phys. (3) XIX. p. 304 berechneten Werthe von ε . Die Buchstaben haben dieselbe Bedeutung wie in der früheren Tabelle, Pogg. Ann. CIV. p. 375.

Es sind hier allerdings constante Differenzen, welche ich auf einen constanten Fehler zurückführen zu können glaube. Es ist aber nicht nöthig hierauf näher einzugehen, da Hr. Wernicke selbst von den hier beobachteten Unterschieden der Absorption sagt, dass sie innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler liegen, und nur deshalb das Resultat seiner Versuche so sehr betont, weil nach seiner Meinung die aus der Cauchy'schen Theorie abgeleiteten Werthe 50mal so gross hätten sein müssen, als die von ihm beobachteten. Die Grösse, welche Hr. Wernicke aus seinen Versuchen ableitet, ist nicht, wie er glaubt, gleich dem Brechungsexponenten $\vartheta \cos \varepsilon$, sondern, wenn das sehr kleine Quadrat von $\cos \varepsilon$ vernachlässigt wird, nahezu gleich $\sqrt{\vartheta^2 + \sin^2 \alpha}$; und, so aufgefasst, können seine Versuche, wenn man die grosse Unsicherheit der aus je vier Versuchen abgeleiteten Verhältnisszahlen berücksichtigt, eher als eine Bestätigung der Cauchy'schen Theorie und der Werthe für die Constanten der Reflexion des Silbers angesehen werden, denn als eine Widerlegung. Uebrigens haben jene Werthe für die Constanten bekanntlich durch die Versuche Quincke's nach den Berechnungen von Jochmann eine Bestätigung erhalten.

Was nun die Versuche über die Interferenz des aus Glas an Metall und Luft reflectirten Lichtes betrifft, so ergeben dieselben nicht, wie Hr. Wernicke glaubt, dass die Summe der Quadrate des Brechungs- und Extinctionsindex (nach Cauchy ϑ^2) wenig von 1 abweicht, sondern nur, dass sie wenig von dem Quadrate des Brechungsindex des Glases verschieden ist.

Ich habe jene Versuche berechnet mit den erwähnten Constanten für Silber und mit Zugrundelegung des sehr niederen Werthes 1.48 für den Brechungsindex der von Hrn. Wernicke benutzten Glaslamelle, der in der Abhandlung beiläufig angeführt wird, ohne dass man erkennen kann, ob er auf besonderer Messung beruht; und habe allerdings etwas verschiedene Werthe erhalten. Doch

scheint die Verschiedenheit durchaus nicht genügend, um gegen die Theorie von Cauchy zu entscheiden.

Während die von Wernicke beobachtete Verschiebung der Fransen unregelmässig zwischen 0.23 bis 0.29 einer Fransenbreite schwankt, ergibt die Berechnung eine Verschiebung, welche vom äussersten Roth bis zum äussersten Violett von 0.38 bis 0.27 abnimmt. Könnte man einen höheren Brechungsexponenten der Glaslamelle als 1.48 annehmen, so würden die Werthe erniedrigt werden.

Bei dieser Gelegenheit möchte ich davor warnen, zu grosses Gewicht auf die Messung des Brechungsexponenten durch die kleinste Ablenkung des Lichtes in Prismen aus absorbirenden Medien zu legen; wie bei den Versuchen von Christiansen.¹⁾ Zunächst kommt hinter einem solchen Prisma keine regelmässige Wellenebene zu Stande, und es müsste das beobachtende Auge oder Fernrohr sehr nahe an das Prisma gebracht werden. Unter dieser Voraussetzung erhält man nach der gewöhnlichen für durchsichtige Mittel geltenden Berechnung, Werthe, welche nicht genau gleich $\vartheta \cos \varepsilon$ sind, sondern für kleine brechende Winkel D gleich:

$$\vartheta \cos \varepsilon \left(1 - \frac{D^2[(1 + \vartheta)^2 - \cos^2 \varepsilon (7\vartheta^2 + 1) + \cos^4 \varepsilon (5\vartheta^2 - \vartheta^4)]}{8 \cos^2 \varepsilon (\vartheta^2 - 1)^2} \right).$$

Was endlich die von Hrn. Wernicke erwähnten Einwürfe Strutt's gegen die Berechnung der Versuche Jamin's betrifft; so verhält sich die Sache so, dass Strutt nicht diese Berechnung angreift, vielmehr selbst zugibt, dass man nach der Theorie Cauchy's aus den Versuchen von Jamin mit Nothwendigkeit zu den Werthen von ϑ und ε gelangt, sondern dass er, weil die erhaltenen negativen Werthe von $\vartheta^2 \cos 2\varepsilon$ im Widerspruch mit der von Strutt aufgestellten Differentialgleichung stehen, die ganze Theorie als gescheitert ansieht. Hierzu ist zu bemerken, dass die Versuche von Jamin und ebenso die früheren Versuche Brewster's für alle Metalle negative

1) Pogg. Ann. CXLIII. p. 250.

	Auferstehung	Mitternacht	Orange	Linie D	Gelb	Linie E	Linie F	Blau	Indigo	Linie H	Violett
Silber	Roth	Both	Orange	729' 30"	729' 15"	710' 30"	—	680' 34"	680' 11"	669' 12"	650' 0"
	H	43 18	42 59	42 41	42 34	42 38	42 39	42 22	42 27	42 24	42 23
	e	86 22	85 40	84 53	84 36	84 44	84 43	83 54	83 55	83 34	83 18
tg	g	0.5673	0.5409	0.4678	0.4583	0.4504	0.4271	—	0.3688	0.3282	0.2710
Glockengut	A	750' 16"	749' 15"	749' 5"	739' 28"	739' 22"	729' 20"	710' 47"	710' 21"	700' 2"	700' 1"
	H	36 54	36 32	36 28	36 20	36 9	34 38	34 24	33 40	33 21	33 18
	e	72 41	71 43	71 31	71 3	70 42	67 12	66 28	64 48	63 58	63 36
	tg	g	0.5527	0.5185	0.5130	0.4931	0.4901	0.4593	0.4359	0.4310	0.4149
Stahl	A	770' 52"	770' 4	769' 37"	769' 40"	769' 26"	750' 47"	750' 41"	750' 8"	750' 23"	740' 51"
	H	28 26	28 33	28 36	28 47	28 49	29 19	29 20	30 31	30 51	31 11
	e	55 37	55 41	56 41	56 5	56 5	56 57	58 16	59 20	59 53	60 48
	tg	g	0.6402	0.6233	0.6068	0.6084	0.6000	0.5766	0.5732	0.5638	0.5436
Zink	A	750' 45"	750' 11"	749' 54"	749' 27"	739' 43"	739' 28"	739' 14"	720' 32"	710' 45"	710' 24"
	H	28 2	29 3	29 53	30 13	31 6	31 55	32 17	32 55	33 28	34 13
	e	54 19	56 15	58 21	60 5	61 45	62 27	63 34	64 30	66 1	66 37
	tg	g	0.5767	0.5565	0.5462	0.5331	0.5066	0.4977	0.4900	0.4676	0.4582
Spiegel-alliage	A	760' 45"	760' 14"	749' 36"	749' 7"	739' 36"	739' 35"	739' 27"	730' 4"	720' 1"	710' 22"
	H	36 48	36 27	35 40	35 43	35 37	34 51	34 56	35 5	35 40	36 4
	e	72 43	71 53	69 56	69 57	69 37	67 58	68 7	68 20	69 20	70 2
	tg	g	0.6601	0.5872	0.5308	0.5000	0.4980	0.4982	0.4934	0.4816	0.4454
Kupfer	Roth	Orange	Gelb	Grün	Blau	Indigo	Violett				
	H	710' 21"	700' 0"	690' 3"	680' 44"	670' 49"	670' 30"	669' 56"			
	e	36 18	34 56	32 24	29 46	28 54	28 37	28 8			
	tg	g	0.4275	0.3898	0.3676	0.3648	0.3407	0.3354	0.3224		
Messing	A	710' 31"	700' 27"	690' 38"	680' 19"	669' 11"	659' 35"	640' 16"			
	H	37 2	36 42	36 20	35 31	33 20	31 4	29 25			
	e	72 13	71 11	70 9	67 52	62 1	56 41	52 20			
	tg	g	0.4317	0.4003	0.3770	0.3411	0.2882	0.2794	0.2525		

Werthe von $\vartheta^2 \cos 2\epsilon$ geben, dass jedoch die Form der Differentialgleichung Strutt's, mit welcher dies im Widerspruche steht, nur hypothetisch ist, und andere Formen recht wohl negative Werthe von $\vartheta^2 \cos 2\epsilon$ zulassen, wie z. B. Helmholtz¹⁾ bei Entwicklung seiner Theorie der anomalen Dispersion auch negative Werthe dieser Grösse, bei ihm F , in Betracht zieht.

**III. Beiträge zu einer endgültigen Feststellung
der Schwingungsebene des polarisirten Lichtes;
von E. Ketteler.**

Unter vorstehender Ueberschrift veröffentliche ich einem in drei Theile zerfallenden Aufsatz, welcher ebenso, wie die beiden vorhergehenden,²⁾ von der Annahme eines Zusammenschwingens der Aether- und Körpertheilchen ausgeht. Bekanntlich steht das Problem der Feststellung der Schwingungsebene historisch wie sachlich in der innigsten Beziehung zur Reflexionstheorie. Es sollen daher zunächst die sogenannten Grenzbedingungen für den Uebergang des Lichtes in doppelt brechende, metallische und bewegte durchsichtige Mittel auf einheitliche Gesichtspunkte zurückgeführt und in ihrem Verhältniss zu einander beleuchtet werden. Lässt sich möglicherweise bei dieser Untersuchung zweien dieser Gleichungen eine solche Form geben, dass sie von den Anhängern der Neumann'schen wie Fresnel'schen Anschauung mit der gleichen zwingenden Nothwendigkeit hingenommen werden müssen, so erledigt sich durch einfache Ziehung der Consequenzen auch die zur Lösung gestellte Hauptfrage, und das um so leichter, wenn diese

1) Monatsber. Oct. 74. Pogg. Ann. CLIV. p. 582.

2) Pogg. Ann. CLX. p. 466 und Erg. Bd. VIII. p. 444.

durch die vorangegangene Erörterung vor möglichen Zweideutigkeiten und Missverständnissen gesichert ist.

Wir behandeln stets ausführlich den Fall, dass das Licht aus dem Weltäther als erstem Mittel in eines der erwähnten als zweites Mittel übergeht, werden aber immer auch über den umgekehrten Gang, dessen Bedeutung nicht unterschätzt werden darf, das Nothwendige hinzufügen.

1. Das anisotrope Mittel.

Um in einfacher Weise zu den verhältnismässig schwierigen Verhältnissen der anisotropen Mittel überleiten zu können, lassen wir die Formulirung derjenigen Grundsätze, welche für (ruhende) isotrope Mittel maassgebend sind, vorangehen. Wir bezeichnen dieselben kurz als das Princip der Erhaltung der lebendigen Kräfte oder der Schwingungsarbeit, das Princip der Gleichheit der Deformation und der Gleichheit der Kraft senkrecht zur Trennungsfläche und das Princip der Continuität der Aethergeschwindigkeit parallel derselben.

Ia. Das Princip der Erhaltung der lebendigen Kräfte der Körper- und Aethertheilchen. Da dasselbe für unsere ganze Auffassung charakteristisch ist, so stellen wir es im Gegensatz zu den bisherigen Aethertheorien, die dasselbe womöglich zu umgehen suchen, geradezu an die Spitze. Man kann dasselbe entweder auf die Theilchen der Grenzschicht oder auf das Innere des Mittels beziehen. Im ersten Fall heissen ϱ_E , ϱ_R , ϱ_D ; ϱ'_E , ϱ'_R , ϱ'_D die Ausschläge eines Aether- resp. Körpertheilchens von der Lage (x, y, z) der einfallenden, reflektierten und durchgehenden Welle, dieselben auf ein Koordinatensystem bezogen, dessen Z -Axe in die Richtung des Einfallslothes fällt, dessen Y -Axe auf der Einfallsebene senkrecht steht, und dessen X -Axe folglich die Schnittlinie der Einfalls- und Trennungsebene ist. Versteht man daher unter α den Einfalls-, Spiegelungs- und Brechungswinkel und unter A, A' die zugehörige Amplitude, so schreibt sich für den Ausschlag allgemein:

$$(1) \quad \frac{q}{A} = \frac{q'}{A'} = \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \theta + \frac{z \cos \alpha + x \sin \alpha}{\lambda} \right),$$

wo noch T die Schwingungsdauer, λ die Wellenlänge und θ eine allen gemeinsame Constante bedeutet.

Dies vorausgesetzt, erhält das Princip der lebendigen Kräfte ohne Weiteres die Form:

$$M \left[\left(\frac{dq_E}{dt} \right)^2 - \left(\frac{dq_R}{dt} \right)^2 \right] = M_D \left(\frac{dq_D}{dt} \right)^2 + \Sigma M'_D \left(\frac{dq'_D}{dt} \right)^2 \quad \{ z = 0,$$

wo sich die M auf die Aethertheilchen, die M' auf die Körpertheilchen beziehen, und wo die ersten den sogenannten optisch äquivalenten, d. h. den von den Wellen in gleichen Zeiten durchlaufenen Räumen proportional sind.

Da diese Gleichung für alle Raumelemente von der Lage $z = o$ erfüllt ist, so zerfällt sie in die beiden folgenden:

$$(2) \quad \frac{\sin \alpha_E}{\lambda_E} = \frac{\sin \alpha_R}{\lambda_R} = \frac{\sin \alpha_D}{\lambda_D}$$

$$M(A_E^2 - A_R^2) = M_D A_D^2 + \Sigma M'_D A'_D^2,$$

von welchen die erstere den Spiegelungswinkel $\alpha_R = 180^\circ - \alpha_E$ ergibt.

Die letztere, in welcher wegen der vorausgesetzten Ruhe des Mittels die Geschwindigkeitsamplituden $\frac{2\pi A}{T}$ den Ausschlagsamplituden A proportional sind, erhält man in vielleicht correcterer Weise, wenn man das in Rede stehende Princip auf das Innere der beiden Mittel bezieht. Man integriert dann entweder die lebendigen Kräfte, die durch einen beliebigen, unendlich dünnen, aber äquivalent genommenen Querschnitt (Q) der drei Wellen während der Zeiteinheit ($m T = 1$) hindurchgehen, oder man summiert die seitens der Quelle geleisteten Arbeiten, wie sie sich in einem bestimmten Augenblick auf den drei Wellen zwischen je zwei gleichen Schwingungszuständen, also auf

der bezüglichen Länge derselben, vorfinden. Diesem Verfahren entsprechen die resp. Beziehungen:

$$\begin{aligned} & M(A_E^2 - A_R^2) \int_t^{t+mT} \sin^2 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{\delta}{\lambda} \right) dt \\ &= (M_D A_D^2 + \Sigma M'_D A'_D^2) \int_t^{t+mT} \sin^2 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{\delta_D}{\lambda_D} \right) dt \\ & Q(A_E^2 - A_R^2) \int_{\delta}^{\delta+m\lambda} \sin^2 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{\delta}{\lambda} \right) d\delta \\ &= Q_D \left(A_D^2 + \Sigma \frac{M'_D}{M_D} A'_D^2 \right) \int_{\delta}^{\delta+m\lambda_D} \sin^2 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{\delta_D}{\lambda_D} \right) d\delta. \end{aligned}$$

Mit vorstehendem Grundsatz der Sache nach identisch ist der folgende:

Ib. Das Princip der Erhaltung der Schwingungsarbeit. Obwohl unserer Voraussetzung zufolge blos der Aether diese Arbeit leistet, so lässt sich dasselbe doch, entsprechend der ersten der beiden Grundgleichungen der Dispersion¹⁾, in doppelter Weise formuliren. Man erhält nämlich einmal bei Einführung der beschleunigenden Kräfte der Aether- und Körpertheilchen:

$$M \left[\frac{d^2 \varrho_E}{dt^2} dA_E - \frac{d^2 \varrho_R}{dt^2} dA_R \right] = M_D \frac{d^2 \varrho_D}{dt^2} dA_D + \Sigma M'_D \frac{d^2 \varrho'_D}{dt^2} dA'_D.$$

Und sodann bei Einführung der bewegenden Kräfte des Aethers:

$$\begin{aligned} & M \left[\left(\frac{d^2 \varrho}{dz^2} + \frac{d^2 \varrho}{dy^2} + \frac{d^2 \varrho}{dx^2} \right)_E dA_E - \left(\frac{d^2 \varrho}{dz^2} + \frac{d^2 \varrho}{dy^2} + \frac{d^2 \varrho}{dx^2} \right)_R dA_R \right] \\ &= M_D \left(\frac{d^2 \varrho}{dz^2} + \frac{d^2 \varrho}{dy^2} + \frac{d^2 \varrho}{dx^2} \right)_D dA_D. \end{aligned}$$

Beide sind natürlich auf die Fläche $z = o$ zu beziehen,

1) Pogg. Ann. CLX. p. 466.
Ann. d. Phys. u. Chem. N. F. I.

und haben darin die M die frühere Bedeutung. Die unendlich kleinen Wegestrecken dA sind den Amplituden A proportional.

Setzt man jetzt in Gl. 2 den aus Gl. IV der eben citirten Abhandlung sich ergebenden Ausdruck für die so genannte brechende Kraft, nämlich:

$$(3) \quad n^2 - 1 = \frac{\Sigma M' A'^2}{MA^2}$$

ein, und beachtet, dass:

$$M : M_D = Q\lambda : Q_D \lambda_D = \sin \alpha \cos \alpha : \sin \alpha_D \cos \alpha_D,$$

so erhalten dieselben definitiv die Formen:

$$(4) \quad \begin{aligned} M(A_E^2 - A_R^2) &= M_D A_D^2 n^2, \\ (A_E^2 - A_R^2) \cos e &= A_D^2 n \cos r, \end{aligned}$$

wenn nämlich fortan $\alpha_E = e$, $\alpha_D = r$ geschrieben wird.

2. Dem behandelten, mehr allgemeinen Grundsatz ordnen sich nun die beiden folgenden als eigentliche Grenzbedingungen zu.

IIa. Das Princip der Gleichheit der elastischen Deformation des Aethers. Sofern die Uebertragung der lebendigen Kraft der einfallenden Welle durch Vermittelung der Elasticität des Aethers geschieht, so muss auch die Deformation desselben zu beiden Seiten der Grenzfläche gleich sein. Zerlegt man daher die Ausschläge ϱ nach den Axen in die Componenten ξ , η , ζ , so führt dieser Grundsatz, entsprechend den drei Coordinaten-Ebenen, zu drei verschiedenen Gleichungen. Dieselben sind für die ZY - und ZX -Ebene:

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{d\eta}{dz} + \frac{d\zeta}{dy} \right)_E + \left(\frac{d\eta}{dz} + \frac{d\zeta}{dy} \right)_R &= \left(\frac{d\eta}{dz} + \frac{d\zeta}{dy} \right)_D, \\ \left(\frac{d\xi}{dz} + \frac{d\zeta}{dx} \right)_E + \left(\frac{d\xi}{dz} + \frac{d\zeta}{dx} \right)_R &= \left(\frac{d\xi}{dz} + \frac{d\zeta}{dx} \right)_D \end{aligned} \right\} z = o$$

Nennt man ferner die Amplitude senkrecht zur Einfallsebene A^s , die in der Einfallsebene A^p , so dass allgemein:

$$(5) \quad A_{\xi} = A^p \cos \alpha, \quad A_{\eta} = A^p \sin \alpha, \quad A_{\eta} = A^p,$$

und führt die vorgeschriebenen Differentiationen aus, so erhält man:

$$(6) \quad \begin{aligned} (A_E^s - A_R^s) \frac{\cos e}{\lambda} &= A_D^s \frac{\cos r}{\lambda_D} \\ (A_E^p \pm A_R^p) \frac{1}{\lambda} &= A_D^p \frac{1}{\lambda_D}. \end{aligned}$$

Eine gleiche Behandlung der auf die mit der Trennungsebene zusammenfallende dritte Coordinatenebene bezüglichen Deformationsgleichung würde zum bereits durch Gl. (2) bekannten Spiegelungs- und Brechungsgesetz zurückführen, sie darf daher von vornherein fortgelassen werden.

Hingegen schreibt sich, sofern der Differentialquotient von ζ nach y gleich Null ist, die erste der Deformationsgleichungen auch so:

$$\frac{d\eta_E}{dz} + \frac{d\eta_R}{dz} = \frac{d\eta_D}{dz}$$

und fällt in dieser Form mit einer bekannten Cauchy'schen Continuitätsgleichung zusammen. Jene Gleichungen sind übrigens bereits von Green, welcher die Elasticität in den verschiedenen Mitteln verschieden nimmt, als eine Art von Näherungsformeln aufgestellt und zur weiteren Rechnung benutzt worden. Zu streng richtigen Sätzen werden sie erst durch unsere Vorstellungsweise emporgehoben. Insbesondere lässt sich der Inhalt der zweiten der aus ihnen abgeleiteten Gl. (6) noch zurückzuführen auf ein:

IIb. Princip der Gleichheit der bewegenden Kräfte senkrecht zur Trennungsfläche. Während nämlich Neumann die normalen wie die parallelen Componenenten in gleicher Weise continuirlich verfliessen lässt, sind wir dagegen genötigt, für die ersten beiderseits der Trennungsfläche eine gleiche bewegende Kraft in Anspruch zu nehmen. Man hat so:

$$\left(\frac{d^2 \zeta}{dz^2} + \frac{d^2 \zeta}{dx^2} \right)_E + \left(\frac{d^2 \zeta}{dz^2} + \frac{d^2 \zeta}{dx^2} \right)_R = \left(\frac{d^2 \zeta}{dz^2} + \frac{d^2 \zeta}{dx^2} \right)_D.$$

Sind aber die bewegenden Kräfte gleich, so wird auch seitens der Aethertheilchen der Grenzschicht, wenn sie bald in das eine, bald in das andere Mittel hineinschwingen, beiderseits gleicher Widerstand überwunden und somit auch gleiche Arbeit geleistet. Ich habe daher gegenwärtigen Grundsatz in meiner Abhandlung: „Versuch einer Theorie“¹⁾ als den der Gleichheit der Arbeit senkrecht zur Trennungsfläche zu deduciren gesucht.

III. Das Prinzip der Continuität des Aethers parallel der Trennungsfläche. Sowie den vorstehenden Grundsätzen eine lediglich mechanische Bedeutung zukommt, so geben wir ebenso auch diesem dritten im allgemeinen eine mehr mechanische als geometrische Deutung. Wir denken uns daher die Continuität nicht auf die Grösse des Ausschlags, sondern auf die Wucht, mit der die Theilchen oscilliren, d. h. auf die Ausschlagsgeschwindigkeit ausgedehnt. Wie vorhin erhält man für die Componenten parallel der *Y*-Axe und der *X*-Axe zwei verschiedene Gleichungen, nämlich:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\eta_E}{dt} + \frac{d\eta_R}{dt} &= \frac{d\eta_D}{dt} \\ \frac{d\xi_E}{dt} + \frac{d\xi_R}{dt} &= \frac{d\xi_D}{dt} \end{aligned} \right\} z. = 0.$$

Oder schliesslich:

$$(7) \quad \begin{aligned} A_E^{\theta} + A_R^{\theta} &= A_D^{\theta} \\ (A_E^p \mp A_R^p) \cos e &= A_D^p \cos r. \end{aligned}$$

3. Die vier Gleichungen (6) und (7) genügen zur Berechnung der unbekannten Amplituden. Was insbesondere die reflectirte Welle betrifft, so findet man:

1) Verhandl. des naturhist. Vereins für Rheinland-Westphalen. Jhrg. 1876. — Carl Repert. XII.

$$A^s = - \frac{\sin(e-r)}{\sin(e+r)} A_E, \quad A^p = + \frac{\operatorname{tg}(e-r)}{\operatorname{tg}(e+r)} A_E,$$

und da die entsprechende Schwingungsbewegung für $e=0$ in beiden Fällen identisch werden muss, so hat man zu setzen:

$$\varrho^s = - \frac{\sin(e-r)}{\sin(e+r)} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \theta + \frac{\delta}{\lambda} \right)$$

$$\varrho^p = \frac{\operatorname{tg}(e-r)}{\operatorname{tg}(e+r)} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \theta + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{2} \right),$$

also im letzteren Falle eine Phasenänderung π eintreten zu lassen, d. h. für A_E^p das entgegengesetzte (untere) Vorzeichen zu nehmen.

Heisst nunmehr für die resultirenden Strahlen der Azimuthalwinkel zwischen Schwingungsebene und Einfalls ebene ϑ , so hat man für dieselben:

$$(8) \quad \begin{aligned} \varrho^s &= \varrho \sin \vartheta, & \varrho^p &= \varrho \cos \vartheta \\ A^s &= A \sin \vartheta, & A^p &= A \cos \vartheta. \end{aligned}$$

Wenn übrigens Green und Cauchy die vorstehenden Gleichungen (7) durch Aufnahme von Longitudinalschwingungen erweitern, und wenn man andererseits versucht sein könnte, die zweite derselben etwa durch die folgenden:

$$\Sigma \frac{d\zeta}{dz} = \frac{d\zeta_D}{dz}, \quad \Sigma \frac{d\xi}{dz} = \frac{d\xi_D}{dz}$$

zu ersetzen, so ist sofort zu bemerken, dass bisher die Ausnutzung der Longitudinalstrahlen zu einer thatsächlich haltbaren Begründung der elliptischen Polarisation der durchsichtigen Mittel nicht geführt hat, und dass, abgesehen hiervon, die gleich zu behandelnden anisotropen Mittel jede andere Form als die der einfachen Continuitätsgleichungen unmöglich machen.

Hingegen darf man unbedenklich der erstenen Gleichung als einer Continuitätsgleichung der senkrecht zur Einfallsebene erfolgenden Ausschlagsgeschwindigkeiten eine solche für die Ausschläge selbst coordiniren, so dass für

bewegte Mittel, für welche beide nicht von vornherein zusammenfallen, auch die beiden folgenden Beziehungen:

$$\left. \begin{array}{l} \eta_E + \eta_R = \eta_D \\ \frac{d\eta_E}{dt} + \frac{d\eta_R}{dt} = \frac{d\eta_D}{dt} \end{array} \right\} z = 0$$

zum Ziele führen werden. Vergl. darüber den dritten Theil dieses Aufsatzes.

Multiplicirt man die Gleichungen (6), (7) paarweise mit einander und addirt die entstehenden Produkte, so erhält man die Gleichung (4) zurück, so dass die sämmtlichen von uns aufgestellten Beziehungen ein mit einander verträgliches System bilden. Man könnte eine dieser Gleichungen oder in Anbetracht der Spaltbarkeit der Gleichung der lebendigen Kräfte sogar zwei derselben für überflüssig erachten, indess lassen wir uns die auf diesem Gebiete so nothwendige Controle gern gefallen. Schreitet man in der That von den isotropen ruhenden Mitteln zu bewegten und zu anisotropen Mitteln fort, so verlieren die einzelnen Grenzprincipien sofort ihre scheinbar gleiche Evidenz, und insbesondere ist es der Grundsatz der Continuität, welcher die grösste Unsicherheit einschliesst, und dessen Zulässigkeit daher erst durch andere, an sich einleuchtende Beziehungen erwiesen werden muss.

4. Die Intensitätsformeln für krystallinische Mittel sind zuerst von Fr. Neumann¹⁾ aufgestellt, Mac Culagh²⁾ hat dann ihre Entwicklung vereinfacht, und kürzlich hat Hr. Kirchhoff³⁾ die ihnen von Beiden zu Grunde gelegten Sätze auf jene hochelegante Form gebracht, deren dieselben fähig sind. Die Anhänger der Fresnel'schen Anschauung dagegen haben über Longitudinalstrahlen und elliptischer Polarisation der isotropen Mittel die allgemeineren anisotropen vernachlässigt. Und nur so, meine ich, erklärt es sich, dass gegenwärtig, seit die Reflexionstheorie

1) Pogg. Ann. XXV. — Abhandl. der Berl. Akad. 1835.

2) Transact. of the Irish Acad. Vol. 21.

3) Abh. der Berl. Akad. 1876.

vor mehr als vierzig Jahren zuerst von Fresnel und Neumann begründet wurde, der anfängliche Gegensatz noch immer nicht ausgetragen und die Frage nach der Schwingungsrichtung des polarisirten Lichtes bis heute eine streitige geblieben ist. Auf der letzteren Seite hat meines Wissens nur Cornu¹⁾ die Krystallreflexion „d'après les idées de Fresnel“ zu reconstruire gesucht und dabei nothwendig sofort die überflüssigen Zuthaten von Cauchy und Green beseitigen müssen.

Wenngleich wir uns bei Ableitung der Reflexionsformeln der anisotropen Mittel der gleichen Grundsätze bedienen wie oben, so wird doch jetzt die Formulirung derselben im Einzelnen davon abhängig, dass man zwischen Strahl und Wellennormale zu unterscheiden hat.

Wir beginnen diesmal mit dem Princip der Continuität, und um jede mögliche Vorsicht zu brauchen, ziehen wir zuvörderst die Schwingungsverhältnisse der auf der Einfallsebene senkrechten *Y*-Componenten als die einfacheren in besondere Erwägung. Wenn nach Neumann die Ausschläge senkrecht auf der durch Strahl und Normale gelegten Ebene erfolgen, so lässt sich unbedenklich mit ihm setzen:

$$\frac{d\eta_E}{dt} + \frac{d\eta_R}{dt} = \frac{d\eta'_D}{dt} + \frac{d\eta''_D}{dt}, \quad \left. \right\} z=0$$

wo nunmehr rechts die Ausschläge der beiden gebrochenen Wellen vorkommen. Indess selbst dann, wenn man die Schwingungsebene mit der Ebene von Strahl und Normale zusammenfallen lässt, wird man vorstehende Beziehung nicht anfechten können. Nur bleibt es dann zufolge der Bemerkungen der Nr. 7 des vorigen Aufsatzes unbestimmt, ob unter η'_D , η''_D die Componenten der factischen Ausschläge senkrecht zur Normalen oder die der virtuellen senkrecht zum Strahle zu verstehen sind. Unterscheiden wir letztere als ξ_D^S , η_D^S , ζ_D^S von ersteren ξ_D , η_D , ζ_D und

1) Ann. de chim. (4). t. XI. — Einige Andeutungen von mir findet man: Astr. Undulationstheorie, Bonn, 1873. p. 233. — Verh. d. nat. V. 1875. p. 29.

ebenso die zugehörigen Amplituden A_D^S , resp. $A_D = A_D^S \cos \vartheta$ (ϑ Winkel zwischen Strahl und Normale), so fragt sich sonach, durch welchen der beiden Werthe:

$$\frac{d\eta'_D}{dt} + \frac{d\eta''_D}{dt}, \quad \frac{d\eta'_D S}{dt} + \frac{d\eta''_D S}{dt}$$

die rechte Seite der wahren Continuitätsgleichung repräsentirt werde. Im erstenen Falle wird das Integral derselben unmittelbar:

$$(9) \quad A_E \sin \vartheta_E + A_R \sin \vartheta_R = A'_D \sin \vartheta_D + A''_D \sin \vartheta''_D \\ = \Sigma A_D \sin \vartheta_D,$$

sofern die früheren Bezeichnungen beibehalten und die beiden gebrochenen Wellen durch das Summenzeichen zusammengefasst werden. Im letzteren Falle findet man für den Cosinus des Winkels zwischen der virtuellen Schwingungsrichtung und Y -Axe (s. u. Nr. 5):

$$\cos \vartheta \sin \vartheta,$$

und so erhält man:

$$A_E \sin \vartheta_E + A_R \sin \vartheta_R = \Sigma (A_D^S) \cos \vartheta \sin \vartheta_D,$$

welche Beziehung jedoch wegen $A_D^S = \frac{A_D}{\cos \vartheta}$ mit der vorigen identisch ist. Wir werden folglich, ohne von irgendwelcher Seite Widerspruch befürchten zu brauchen, Gl. (9), als eine annehmbare Grundlage für die weitere Rechnung behandeln dürfen.

Was ferner zweitens die Gleichheit der Deformation und der bewegenden Kraft des Aethers senkrecht zur Trennungsfäche betrifft, so sind hier zufolge Paragraph 8 der vorigen Abhandlung die Verhältnisse die nämlichen wie bei den isotropen Mitteln. Es gelten daher und zwar für die Richtung der Normalen die auf beide gebrochene Wellen auszudehnenden Differentialgleichungen S. 210, sowie die daraus abgeleiteten Gleichungen (6), die sich hier auch so schreiben:

$$(10) \quad (A_E \sin \vartheta_E - A_R \sin \vartheta_R) \cos \vartheta = \Sigma A_D \sin \vartheta_D n \cos \vartheta \\ A_E \cos \vartheta_E \pm A_R \cos \vartheta_R = \Sigma A_D \cos \vartheta_D n.$$

Dazu tritt endlich drittens das Princip der Erhaltung der lebendigen Kräfte der Körper- und Aethertheilchen, resp. der Schwingungsarbeit, und auch dieses hat die beiden Formen (2) und (4a) mit dem der isotropen Mittel gemein. Was indess die Ermittelung der Volumina $M: M_D$ betrifft, so betrachte man wieder im Innern der Mittel diejenigen Wellenstücke, welche an einer Trennungsfläche von endlicher Begrenzung — z. B. von eckiger Form, deren eine Seite der X -Axe parallel sei — gespiegelt werden, resp. durch dieselbe in das anisotrope Mittel eintreten. Diese Wellenstücke verschieben sich während der Zeit T längs der Strahlenrichtung um Strecken, die der früheren Wellenlänge l' proportional sind, und die von ihnen beschriebenen parallelepipedischen Räume von der Höhe l (Wellenlänge auf der Normalen) sind eben die gesuchten. Dieselben lassen sich zunächst weiter durch ihre Hälften, d. h. durch die bezüglichen der Trennungsfläche unmittelbar anliegenden sogenannten Huyghens'schen Prismenersetzen, und deren Volumina verhalten sich wie die Längen h der von den respectiven Berührungs punkten der Wellenflächen auf die Trennungsfläche herabgelassenen Senkrechten. Es ist folglich $M: M_D = h: h_D = v \cos e: \sigma \cos r'$, unter r' den Winkel zwischen Strahl und Loth verstanden.

5. Dieses vorausgesetzt, handelt es sich, um die erhaltenen Gleichungen zu einem in sich abgeschlossenen System abrunden und daraus die nöthigen Folgerungen ableiten zu können, nur mehr um die Ausmessung des Perpendikels h' , sowie um die Feststellung der beiden virtuellen Schwingungsrichtungen, d. h. um die Bestimmung der Winkel U, V , welche die je in der zugehörigen Schwingungsebene auf die Strahlen gefällten Senkrechten mit der X - und Y -Axe bilden.

Zu dem Ende construire man in der Ebene des Papiers als XZ -Ebene (Einfallsebene) die Axen OX, OZ und senkrecht darauf OY . Die Richtung des Strahles sei OS und die der zugehörigen Normalen, die in der XZ -Ebene um den Brechungswinkel r von OZ absteht, ON .

Zieht man endlich in der Ebene SON und zwar senkrecht zu OS die Linie OR , so handelt es sich um deren Winkel mit den Axen. Verbindet man nun die Punkte X, N, Z , ferner R, N, S sowie $R, X; R, Y$ und N, Y in der Einheit der Entfernung von O durch Kreisbögen, so entstehen die drei sphärischen Dreiecke RNX , RNY und ZSN .

In dem ersten hat man:

$$\cos RX = \cos RN \cos XN + \sin RN \sin XN \cos RNX,$$

oder da $RS = 90^\circ$, $NS = \Delta$ und Flächenwinkel $RNX = \vartheta$, d. h. gleich dem Azimuthalwinkel der Schwingungsebene ROS und der Einfallsebene XOZ ist:

$$\cos RX = \cos (90 - \Delta) \cos (90 - r) + \sin (90 - \Delta) \sin (90 - r) \cos \vartheta$$

$$\cos U = \sin \Delta \sin r + \cos \Delta \cos r \cos \vartheta.$$

Das Dreieck RNY hat die Seite $YN = 90^\circ$ und den Flächenwinkel YNR , der um das Azimuth ϑ von $YNX = 90^\circ$ abweicht. Man findet daher den schon oben (S. 216) anticipirten Werth:

$$\begin{aligned}\cos V &= \cos RY = \sin RN \cos RNY \\ &= \cos \Delta \sin \vartheta.\end{aligned}$$

Endlich hat man im Dreieck ZSN :

$$\cos ZS = \cos SN \cos ZN + \sin SN \sin ZN \cos SNZ$$

$$\cos r' = \cos \Delta \cos r + \sin \Delta \sin r \cos \vartheta.$$

Aus Letzterem folgt dann für die Länge des Perpendikels h' :

$$\sigma \cos r' = \omega \cos r (1 + \operatorname{tg} \Delta \operatorname{tg} r \cos \vartheta).$$

6. Setzt man vorstehenden Werth in die Gleichung der lebendigen Kräfte (4a), so erhält dieselbe die Gestalt:

$$(11) \quad (A_E^2 - A_R^2) \cos e = \Sigma A_D^2 n \cos r (1 + \operatorname{tg} \Delta \operatorname{tg} r \cos \vartheta).$$

Um mittelst derselben neben den drei gegebenen Gleichungen (9, 10) eine vierte zu erhalten, welche in Bezug auf die Amplituden gleichfalls vom ersten Grade ist, hat man (9) und (10a) zu multipliciren, das entstehende Product von (11) zu subtrahiren und diese Differenz durch (10b) zu dividiren. Zur Vermeidung langwieriger Reduc-

tionen knüpft man indess mit Mac Cullagh besser an die sogenannten uniradialen Azimuthe an. Ist in der That das Azimuth des einfallenden Lichtes ein solches, dass nur Ein gebrochener Strahl zu Stande kommt, so darf man überall die Summenzeichen fortlassen. Man erhält alsdann der Reihe nach:

$$(A_E^2 \sin^2 \vartheta_E - A_R^2 \sin^2 \vartheta_R) \cos e = A_D^2 \sin^2 \vartheta_D n \cos r$$

$$(A_E^2 \cos^2 \vartheta_E - A_R^2 \cos^2 \vartheta_R) \cos e = A_D^2 \cos^2 \vartheta_D n \cos r \left(1 + \frac{\operatorname{tg} r \operatorname{tg} A}{\cos \vartheta_D}\right)$$

$$(A_E \cos \vartheta_E \mp A_R \cos \vartheta_R) \cos e = A_D (\cos \vartheta_D \cos r + \sin r \operatorname{tg} A)$$

oder auch für letztere:

$$(12) \quad (A_E \cos \vartheta_E \mp A_R \cos \vartheta_R) \cos e = \frac{A_D}{\cos A} (\sin A \sin r + \cos A \cos r \cos \vartheta_D)$$

$$= A_D^S \cos U.$$

Der rechts stehende Ausdruck ist aber die Componente der virtuellen Amplitude parallel der Schnittlinie von Einfallsebene und Trennungsfläche. Ist daher das Azimuth der einfallenden Welle wieder ein beliebiges, so wird sich die dann geltende vierte Grenzgleichung einfach dadurch erhalten lassen, dass man der rechten Seite der vorstehenden das Summenzeichen vorsetzt. Und wenn man allgemein auch die virtuellen Ausschläge auf die Fortpflanzungs-Richtung der Normalen bezieht, so dass:

$$\rho_S = A_S \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \theta + \frac{\delta}{\lambda_D} \right),$$

so erhält nunmehr die Bedingung der Continuität für die anisotropen Mittel die vollständige Form:

$$\Sigma \frac{d\xi}{dt} = \Sigma \frac{d\xi_D^S}{dt}, \quad \Sigma \frac{d\eta}{dt} = \Sigma \frac{d\eta_D^S}{dt},$$

sofern natürlich beide Componenten eine Einheitlichkeit der Behandlung verlangen.

7. Stellen wir hiernach die erhaltenen Uebergangsbedingungen für $z=0$ zusammen, so sind es, sofern sie

unmittelbar die leitenden Grundsätze repräsentiren, die folgenden:

$$\begin{aligned}
 \text{A. } & \left\{ \begin{array}{l} \frac{d\eta_E}{dt} + \frac{d\eta_R}{dt} = \Sigma \frac{d\eta_D^S}{dt} \\ \frac{d\xi_E}{dt} + \frac{d\xi_R}{dt} + \Sigma \frac{d\xi_D^S}{dt} \end{array} \right. \\
 \text{B. } & \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{d\eta}{dz} + \frac{d\eta}{dy} \right)_E + \left(\frac{d\eta}{dz} + \frac{d\eta}{dy} \right)_R = \Sigma \left(\frac{d\eta}{dz} + \frac{d\eta}{dy} \right)_D \\ \left(\frac{d\xi}{dz} + \frac{d\xi}{dx} \right)_E + \left(\frac{d\xi}{dz} + \frac{d\xi}{dx} \right)_R = \Sigma \left(\frac{d\xi}{dz} + \frac{d\xi}{dx} \right)_D \end{array} \right. \\
 \text{C. } & \left\{ \left(\frac{d^2\eta}{dz^2} + \frac{d^2\eta}{dx^2} \right)_E + \left(\frac{d^2\eta}{dz^2} + \frac{d^2\eta}{dx^2} \right)_R = \Sigma \left(\frac{d^2\eta}{dz^2} + \frac{d^2\eta}{dx^2} \right)_D \right. \\
 \text{D. } & \left\{ \begin{array}{l} M \left[\left(\frac{d^2\varrho}{dz^2} + \frac{d^2\varrho}{dy^2} + \frac{d^2\varrho}{dx^2} \right)_E dA_E - \left(\frac{d^2\varrho}{dz^2} + \frac{d^2\varrho}{dy^2} + \frac{d^2\varrho}{dx^2} \right)_R dA_R \right] \\ = \Sigma M_D \left(\frac{d^2\varrho}{dz^2} + \frac{d^2\varrho}{dy^2} + \frac{d^2\varrho}{dx^2} \right) dA_D \\ M \left[\frac{d^2\varrho_E}{dt^2} dA_E - \frac{d^2\varrho_R}{dt^2} dA_R \right] = \Sigma \left[M_D \frac{d^2\varrho}{dt^2} dA_D + \Sigma M'_D \frac{d^2\varrho_D}{dt^2} dA'_D \right] \\ M \left[\left(\frac{d\varrho_E}{dt} \right)^2 - \left(\frac{d\varrho_R}{dt} \right)^2 \right] = \Sigma \left[M_D \left(\frac{d\varrho_D}{dt} \right)^2 + \Sigma M'_D \left(\frac{d\varrho_D}{dt} \right)^2 \right]. \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

Aus ihnen leitete man ab, wobei wieder für A_R^S das untere Vorzeichen genommen werde:

$$A_E \sin \vartheta_E + A_R \sin \vartheta_R = \Sigma A_D \sin \vartheta_D$$

$$(A_E \cos \vartheta_E + A_R \cos \vartheta_R) \cos e = \Sigma A_D \cos r \\ \times (\cos \vartheta_D + \operatorname{tg} A \operatorname{tg} r)$$

$$(13) \quad (A_E \sin \vartheta_E - A_R \sin \vartheta_R) \cos e = \Sigma A_D \sin \vartheta_D n \cos r$$

$$A_E \cos \vartheta_E - A_R \cos \vartheta_R = \Sigma A_D \cos \vartheta_D n$$

$$(A_E^2 - A_R^2) \cos e = \Sigma A_D^2 n \cos r (1 + \operatorname{tg} A \operatorname{tg} r \cos \vartheta).$$

Diese letzteren Gleichungen fallen völlig mit den von Hrn. Fr. Neumann und neuerdings von Hrn. Kirchhoff abgeleiteten zusammen, wenn wir den bisherigen Variablen ϑ , A_D , A_R die drei neuen:

$$(\vartheta) = \vartheta - 90^\circ, \quad (A_D) = \frac{A_D}{n}, \quad (A_R) = -A_R$$

lediglich substituiren. Ihre Uebereinstimmung mit der Erfahrung ist durch die Messungen Neumann's, Seebeck's, Cornu's und Anderer hinlänglich gewährleistet.

Auch für isotrope Mittel, also für $A=0$, ergeben sich hieraus die Intensitäten und Polarisationsazimuthe unmittelbar.

8. Dass die zweite der vorstehenden Grenzbedingungen (Gl. 12) nicht bloss thattäglich richtig ist, sondern selbst a priori als solche aufgestellt werden dürfte, ergibt sich auch aus Folgendem.

Man denke sich den Hauptschnitt eines Krystalles mit der Einfallsebene zusammenfallen und in derselben zunächst durch eine äussere Kraft die Theilchen des Mittels senkrecht zu einer gegebenen Richtung, die mit dem Loten den Winkel r' bilde, als Richtung des Strahles parallel hin- und hergeführt. Die bezügliche Schwingungsbewegung ist dann die sogenannte extraordinaire; die lebendige Kraft, welche in der Zeiteinheit entwickelt wird, sei $m A_s^2 + \sum m' A_s'^2$.

Gesetzt, man wolle diese nämliche lebendige Kraft durch eine äussere, unter irgendwelchem Einfallswinkel e einfallende Welle längs der nämlichen Richtung r' in das Innere des Mittels einführen. Da der Voraussetzung zufolge Strahl und Wellennormale zusammenfallen, so sind offenbar die anzuwendenden Grenzbedingungen dieselben wie bei isotropen Mitteln, nämlich:

$$(14 \text{ a.}) \quad \begin{aligned} (A_E + A_R) \cos e &= A_D^s \cos r' \\ A_E - A_R &= A_D^s n' \\ (A_E^2 - A_R^2) v \cos e &= A_D^{s2} n'^2 \sigma \cos r', \end{aligned}$$

unter n' das Geschwindigkeitsverhältniss $n' = \frac{v}{\sigma}$ verstanden. Man zieht hieraus beispielsweise für die Amplitude des reflectirten Lichthes:

$$(15) \quad A_R = - \frac{v \cos e - \sigma \cos r'}{v \cos e + \sigma \cos r'} A_E.$$

Sobald man freilich in Wirklichkeit die eingreifende Kraft durch eine äussere Welle ersetzt, wird wegen des Umstandes, dass die innere Welle nur als eine Tangentialebene an die Wellenfläche auftreten und fortschreiten kann, sofort eine Spaltung von Strahl- und Normalrichtung eintreten. Es ist aber zufolge §. 8 der vorigen Abhandlung:

$$(16) \quad A_D^S n' = A_D n,$$

und so schreiben sich die vorstehenden Gleichungen auch so:

$$(14 b.) \quad \begin{aligned} (A_E + A_R) \cos e &= \frac{A_D}{\cos \vartheta} \cos(r - \vartheta) \\ A_E - A_R &= A_D n \\ (A_E^2 - A_R^2) v \cos e &= A_D^2 n^2 \frac{v \cos(r - \vartheta)}{\cos \vartheta}. \end{aligned}$$

Sie fallen in dieser Form vollständig mit den Gleichungen (13) zusammen, sobald man in letzteren $\vartheta_E = \vartheta_D = 0$ setzt.

Man hat folglich den Satz: Wenn eine gegebene Welle im Weltäther unter dem Azimuth 0 auf die Trennungsfläche eines Krystalles auffällt und die gebrochene Welle sich in der Einfallsebene mit gegebener Fortpflanzungsgeschwindigkeit längs einer gegebenen Strahlenrichtung fortpflanzt, so ist das Verhältniss, nach dem die einfallende lebendige Kraft sich auf den gespiegelten und gebrochenen Strahl vertheilt, unabhängig von der Stärke des Doppelbrechungsvermögens, resp. dem Charakter der Anisotropie des Mittels. Und sowie in voriger Abhandlung gezeigt wurde, dass die gesammte lebendige Kraft die nämliche bleibt, mögen nun die Aethertheilchen senkrecht zur Normalen die Amplitude $A_D = A_D^S \cos \vartheta$ oder senkrecht zum Strahle die Amplitude

tude A_D^S haben, so ergibt sich hier das Entsprechende für die Deformation parallel der ZX-Ebene.

9. Was weiter die Reflexion im Innern eines Krystalles betrifft, so ist dieselbe bekanntlich zuerst von Biot in ihrer Mannigfaltigkeit studirt und später von Neumann in grösster Ausführlichkeit behandelt worden. Für uns, denen es lediglich auf Aufstellung der Principien ankommt, und die wir hauptsächlich zeigen wollen, dass in der Theorie der anisotropen Mittel für Green-Cauchy'sche Longitudinalstrahlen kein Platz ist, mag es genügen, das Detail der Erscheinung auf den Fall zu beschränken, dass die Spiegelung als eine extraordinäre innerhalb eines mit der Einfallsebene zusammenfallenden Hauptschnittes des Krystalles vor sich geht. Denkt man sich letzteren als planparallele Platte, so dass Brechungswinkel und Einfallswinkel zu correspondirenden werden, so schliesst sich der in Rede stehende Fall unmittelbar an den zuletzt behandelten an.

Formulirt man für denselben die obigen Grundsätze, so erhält man die folgenden, ohne weiteres einleuchtenden Uebergangsbedingungen:

$$(17a) \quad \begin{aligned} A_D^S \cos r'_D \mp A_R^{iS} \cos r'_R &= A_A \cos e \\ A_D n_D \pm A_R^i n_R &= A_A \\ A_D^2 n_D^2 \sigma_D \cos r'_D - A_R^i n_R^2 \sigma_R \cos r'_R &= A_A^2 v \cos e. \end{aligned}$$

Hier sind die Amplituden auf der gespiegelten und austretenden Welle als A_R^i , A_A bezeichnet, und müssen wegen der Dissymmetrie des Mittels sowohl die Sinusverhältnisse n_D , n_R als die Strahlenwinkel r'_D , r'_R von einander unterschieden werden.

Wenn übrigens die Construction des gespiegelten Strahles und der zugehörigen Welle etwas verwickelt erscheint, so ist dieselbe in Wirklichkeit doch einfach.¹⁾

1) Man findet dieselbe in des Verfassers Astron. Und. p. 239 mit den nöthigen Figuren. Vergl. auch Billet, *Traité d'optique physique*. Vol. I. p. 295.

Ich gehe hier nicht näher darauf ein, sondern begnügen mich mit der Andeutung, dass die beiden Huyghens'schen Halbprismen, die sich der einfallenden und gespiegelten Welle an der Trennungsfläche zuordnen, gleiche Höhe und folglich gleiches Volum haben, so dass also:

$$\sigma_R \cos r'_R = \sigma_D \cos r'_D.$$

Demzufolge schreibt sich die erste der vorstehenden Grenzgleichungen auch so:

$$A_D \frac{\cos r'_D}{\cos \delta_D} \mp A_R^i \frac{\cos r'_R}{\cos \delta_R} = A_A \cos e$$

$$\left(A_D \frac{1}{\omega_D} \mp A_R^i \frac{1}{\omega_R} \right) \sigma \cos r' = A_A \cos e.$$

Und dem entsprechend wird das System derselben:

$$(17b.) \quad \begin{aligned} (A_D n_D \mp A_R^i n_R) \sigma \cos r' &= A_A v \cos e \\ (A_D n_D \pm A_R^i n_R) &= A_A \\ (A_D^2 n_D^2 - A_R^i n_R^2) \sigma \cos r' &= A_A^2 v \cos e. \end{aligned}$$

Man leitet daraus für das gespiegelte Licht ab:

$$A_R^i = \frac{\cos e - \sigma \cos r'}{\cos e + \sigma \cos r'} \frac{\sin r_R}{\sin r_D},$$

sofern: $\omega_R : \omega_D = \sin r_R : \sin r_D$ ist. Sowie für die Amplitude des nach zweimaliger Brechung aus der Hinterfläche austretenden Lichtes mittelst Multiplication der beiden Gleichungen (14b) und (17b) der lebendigen Kräfte:

$$(18) \quad A_D A_A = A_E^2 - A_R^2.$$

Diese letztere Gleichung ist folglich wiederum unabhängig von der Anisotropie des zum Durchgang des Lichtes benutzten Mittels.

Was jetzt zum Schluss die allgemeinste Form der Grenzbedingungen für die krySTALLINISCHEN Mittel betrifft, so erhält man nunmehr ohne Mühe für jede Combination derselben:

$$E. \left\{ \begin{array}{l} \Sigma \frac{d\eta' s}{dt} = \Sigma \frac{d\eta'' s}{dt}, \quad \Sigma \frac{d\xi' s}{dt} = \Sigma \frac{d\xi'' s}{dt} \\ \Sigma \left(\frac{d\eta'_N}{dz} + \frac{d\zeta'_N}{dy} \right) = \Sigma \left(\frac{d\eta''_N}{dz} + \frac{d\zeta''_N}{dy} \right), \\ \Sigma \left(\frac{d\xi'_N}{dz} + \frac{d\zeta'_N}{dx} \right) = \Sigma \left(\frac{d\xi''_N}{dz} + \frac{d\zeta''_N}{dx} \right), \end{array} \right.$$

wo sich die einfach gestrichelten Coordinaten auf das erste, die doppelt gestrichelten auf das zweite Mittel beziehen sollen. Diese Gleichungen sind ebenso umfassend wie die, welche Hr. Kirchhoff nach der Neumann-Mac Cullagh'schen Theorie abgeleitet hat, und, wie schon angedeutet, nur der Form nach von ihnen verschieden.

2. Das metallische Mittel.

10. Unter metallischem Mittel verstehe ich hier ein isotropes absorbirendes Mittel, und auf solche werden wir uns der Einfachheit wegen beschränken; wie man dann von ihnen zur Behandlung der anisotropen absorbirenden Mittel fortschreitet, ist bereits im letzten Aufsatz¹⁾ angedeutet.

Während Fresnel und Neumann und mit Letzterem auch Kirchhoff behufs Ableitung der Intensitätsformeln an ein dispersionsloses Mittel anknüpfen, ist die Entwicklung derselben von Cauchy, sowie die vorstehende von mir eine allgemeinere. Ihr zufolge gelten die bezüglichen Ausdrücke ebensowohl für dispergirende Mittel und zwar für sämmtliche Indices derselben. Diese Ausdrücke sind Functionen des Einfalls- und Brechungswinkels, oder wenn man letzteren (r') mittelst des Brechungsgesetzes eliminiert, Functionen des bekannten Einfallswinkels e und des gegebenen Brechungsverhältnisses n . Sind nun diese Formeln oben für das unabsoorbire Strahlungsgebiet entwickelt worden, also zunächst gültig für ein reelles n , so nehmen dieselben beim Eintritt in den Absorptionsstreifen zugleich mit dem complex werdenden n die komplexe Form an.

1) Pogg. Ann. Erg. Bd. VIII. p. 444.

Ann. d. Phys. u. Chem. N. F. I.

Beispielsweise hat man für die Amplitude des im I. Hauptfall ($\vartheta_E = 90^\circ$) reflectirten Lichtes:

$$R = \frac{A_R}{A_E} = -\frac{n \cos r' - \cos e}{n \cos r' + \cos e} = -\frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 e} - \cos e}{\sqrt{n^2 - \sin^2 e} + \cos e},$$

und es genügt nun, in der letzteren Form:

$$(19) \quad n = a \pm b \sqrt{-1}$$

zu setzen, um dieselbe auf das Innere des Absorptionsgebietes zu übertragen. Für dieses wird folglich:

$$R = -\frac{\sqrt{(a \pm b \sqrt{-1})^2 - \sin^2 e} - \cos e}{\sqrt{(a \pm b \sqrt{-1})^2 - \sin^2 e} + \cos e}.$$

Zunächst zum Zweck der Vereinfachung der Rechnung lässt sich weiter setzen:

$$(a \pm b \sqrt{-1}) \cos r' = \sqrt{(a \pm b \sqrt{-1})^2 - \sin^2 e} = p \pm q \sqrt{-1},$$

so dass sich für das complex gewordene $\cos r'$ auch schreiben lässt:

$$(20) \quad \cos r' = \frac{p \pm q \sqrt{-1}}{a \pm b \sqrt{-1}}.$$

Für p und q leitet man daraus ab:

$$p^2 - q^2 \pm 2pq\sqrt{-1} = a^2 - b^2 - \sin^2 e \pm 2ab\sqrt{-1},$$

folglich:

$$(21) \quad p^2 - q^2 = a^2 - b^2 - \sin^2 e, \quad pq = ab,$$

und so erhält man:

$$(22) \quad \begin{aligned} 2p^2 &= a^2 - b^2 - \sin^2 e + \sqrt{(a^2 - b^2 - \sin^2 e)^2 + 4a^2b^2} \\ q &= \frac{ab}{p}, \end{aligned}$$

so dass sich einem gegebenen a, b , d. h. einer bestimmten Farbe, sowie einem gegebenen Einfallswinkel e ein bestimmtes p, q zuordnet. Führt man diese Werthe in den Ausdruck des Amplitudenverhältnisses ein, so wird daselbe einfacher:

$$R = \frac{(\cos \epsilon - p) \mp \sqrt{-1} q}{(\cos \epsilon + p) \pm \sqrt{-1} q},$$

sofern die reellen und imaginären Glieder desselben gesondert sind. Um schliesslich die diesem Ausdruck entsprechende physikalische Deutung zu finden, dazu hat man auf die Grenzgleichungen selbst zurückzugehen, und diese lehren (vergl. unten unter 12) eine komplexe Amplitude in eine wirkliche Amplitude und in eine zugehörige Phasenverschiebung zu zerfallen.

Behandelt man in ähnlicher Weise auch die übrigen Schwächungscoefficienten des gespiegelten Lichtes, so entspricht dieses Verfahren ganz dem von Eisenlohr¹⁾ eingeschlagenen, und man findet so der Reihe nach die sämtlichen zuerst von Cauchy aufgestellten Beziehungen wieder, indess mit völlig anderen Coefficienten.

11. Während nämlich den von Cauchy und Eisenlohr eingeführten Coefficienten eine lediglich mathematische Bedeutung zukommt, haben die vorstehenden zugleich eine wesentlich physikalische. Geht man zu dem Ende auf das Schwingungsgesetz der Aethertheilchen im Inneren einer Substanz mit complexem Brechungsverhältniss zurück, so ist zunächst allgemein:

$$\varrho = A \cos \frac{2\pi}{T} \left(t - \theta + \frac{z n \cos r' + x n \sin r'}{v} \right),$$

folglich für ein complexes $n \cos r'$ bei Anwendung obiger Bezeichnung:

$$(23a.) \quad \varrho = A \cos \frac{2\pi}{T} \left(t - \theta + \frac{z(p \pm q \sqrt{-1}) + x \sin \epsilon}{v} \right).$$

Daraus erhält man mittelst bekannter Umformung:

$$(23b.) \quad \begin{aligned} \varrho = & \frac{1}{2} A \left(e^{\pm \frac{2\pi}{\lambda} q z} + e^{\mp \frac{2\pi}{\lambda} q z} \right) \cos \frac{2\pi}{T} \left(t - \theta + \frac{z p + x \sin \epsilon}{v} \right) \\ & + \sqrt{-1} \frac{1}{2} A \left(e^{\pm \frac{2\pi}{\lambda} q z} - e^{\mp \frac{2\pi}{\lambda} q z} \right) \sin \frac{2\pi}{T} \left(t - \theta + \frac{z p + x \sin \epsilon}{v} \right), \end{aligned}$$

1) Pogg. Ann. CIV. p. 346.

oder auch, sofern man für die sich complex herausstehende Amplitude A den Werth einführt:

$$A = \mathfrak{A} (\cos \chi + V\sqrt{-1} \sin \chi),$$

und zur Abkürzung das variable Winkelargument durch φ bezeichnet:

$$\begin{aligned}\varrho &= \frac{1}{2} \mathfrak{A} \left\{ e^{\mp \frac{2\pi}{\lambda} qz} [\cos(\varphi + \chi) + V\sqrt{-1} \sin(\varphi + \chi)] \right. \\ &\quad \left. + e^{\mp \frac{2\pi}{\lambda} qz} [\cos(\varphi - \chi) - V\sqrt{-1} \sin(\varphi - \chi)] \right\}\end{aligned}$$

Dürfte man hierin von der bekannten, von Fresnel bei Behandlung der Totalreflexion gegebenen Deutung einer complexen Amplitude:

$$(A' + A''V\sqrt{-1}) \sin \varphi' = A' \sin \varphi' \pm A' \cos \varphi'$$

Gebrauch machen, so schriebe sich hierfür kürzer:¹⁾

$$\begin{aligned}(24) \quad \varrho &= \mathfrak{A} e^{\mp \frac{2\pi}{\lambda} qz} \cos \left[\frac{2\pi}{T} \left(t - \theta + \frac{zp + x \sin e}{v} \right) \mp \chi \right] \\ &= \mathfrak{A} e^{\mp \frac{2\pi}{\lambda} qz} \cos \left[\frac{2\pi}{T} \left(t - \theta + \frac{z \cos r + x \sin r}{\omega} \right) \mp \chi \right],\end{aligned}$$

sofern man nämlich noch setzt:

$$\begin{aligned}(25) \quad p &= v \cos r, \quad \sin e = v \sin r, \\ p^2 + \sin^2 e &= v^2 = \frac{v^2}{\omega^2}.\end{aligned}$$

1) Das Nämliche gilt in der Theorie der Totalreflexion bezüglich des „gebrochenen“ Strahles von der Beschränkung der allgemeineren Gleichung:

$$\varrho = A \cos \frac{2\pi}{T} \left(t - \theta + \frac{z \sqrt{n^2 \sin^2 e - 1} V\sqrt{-1} + x n \sin e}{v} \right)$$

auf den blos reellen Inhalt:

$$\varrho = \mathfrak{A} e^{-\frac{2\pi}{\lambda} z \sqrt{n^2 \sin^2 e - 1}} \cos 2\pi \left(\frac{t'}{T} + x \frac{\sin e}{\lambda_1} - \chi' \right),$$

wo gleichfalls e den Einfallswinkel und λ_1 die Wellenlänge im ersten, reflectirenden Mittel bedeutet.

Doch wie dem auch sein möge, das gebrochene Wellensystem der Gl. (23) und (24) erleidet eine Extinction, die in der Richtung des Lothes vor sich geht, und es erscheint q als Coefficient derselben. Die Welle durchsetzt das Mittel mit einer Geschwindigkeit ω , deren reciproker Werth das wirkliche reelle Brechungsverhältniss ν bestimmt. Für letzteres erhält man mittelst Combination der Gl. (21) und (25):

$$(26) \quad \nu^2 - q^2 = a^2 - b^2, \quad \nu q \cos e = ab,$$

$$q = \frac{ab}{\sqrt{\nu^2 - \sin^2 e}}.$$

Dieses wirkliche Brechungsverhältniss ν und der ihm zugeordnete Extinctionscoefficient q sind folglich mit dem Einfallswinkel variabel. Und so charakterisiren sich die Constanten a , b selber als Brechungsverhältniss (ν_0) und Extinctionscoefficient (q_0) für senkrechte Incidenz ($e=0$). Beispiele berechnet sich bei mittlerer Farbe für:

Cyanin-	$\nu_0 = 1.3729$,	$q_0 = 0.042$,	$\nu_{90} = 1.3736$,	$q_{90} = 0.042$,
lösung:				
Stahl:	= 3.516,	= 2.209,	= 12.655,	= 0.616,
Silber:	= 0.536,	= 2.830,	= 1.257,	= 1.995,

wenn für die beiden Metalle die Jamin'sche Bestimmung des Haupteinfallswinkels und Hauptazimuthes zu Grunde gelegt wird. Mittelst der leicht ableitbaren Beziehung:

$$\cos^2 e' = \frac{a^2 b^2}{1 - (a^2 - b^2)}$$

findet man noch, dass der Brechungsindex des Silbers durch die Einheit ($\nu = 1$) hindurchgehen würde, wenn $e' = 59^{\circ} 1/2$ wäre. Sofern übrigens die eigentlichen Metalle sich bezüglich ihrer Dispersionscurve ähnlich verhalten wie die übrigen Mittel, so ist ein Brechungsverhältniss $\nu < 1$ wenigstens ausserhalb des Absorptionsgebietes nicht wahrscheinlich.

Den bis jetzt eingehaltenen Standpunkt habe ich schon

in einer früheren Abhandlung¹⁾ dargelegt; und, wie man erkennt, unbeschadet desselben die in Rede stehenden Abhängigkeitsverhältnisse zum ersten mal entwickeln können. Wenn ich damals den Uebergang von Gl. (23) zu Gl. (24) noch für bedenklich hielt und lieber bei der ersten unbestimmten beharrte, so trieb dazu die Erwägung, dass einmal auch Cauchy den Beweis für die Richtigkeit jener Transformation niemals angetreten hat, und dass andererseits die Annahme einer Veränderlichkeit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit mit der Incidenz eine so aussergewöhnliche ist, dass man eher an die vollständige Absorption des Lichtes seitens der Oberfläche oder zwar an eine variable, aber ausschliesslich von den Grenzschichten ausgehende Wirkung denken werde. Schien doch diese Auffassung auch darum zu genügen, weil ja die Absorption gegenüber der Phasendifferenz zwischen Aether- und Körpertheilchen immer nur als secundär und als Folge derselben erscheint.

Zur Zeit freilich ist die Berechtigung beider Ausdrücke dargethan; die in den letzten Abhandlungen aufgestellten Differentialgleichungen:

$$(27) \quad m \frac{d^2 \varrho}{dt^2} dA + \Sigma m' \frac{d^2 \varrho'}{dt^2} dA' = e \left(\frac{d^2 \varrho}{dz^2} + \frac{d^2 \varrho}{dx^2} \right) dA$$

$$\left\{ \varepsilon \left(\frac{d^2 \varrho}{dz^2} + \frac{d^2 \varrho}{dx^2} \right) + z \varrho \right\} dA = \left\{ \varepsilon' \left(\frac{d^2 \varrho'}{dz^2} + \frac{d^2 \varrho'}{dx^2} \right) + z' \varrho' \right\} dA'$$

werden eben nicht nur von Gl. (23), sondern ebensowohl von Gl. (24) befriedigt. Und ebenso ist dort der Nachweis geführt, dass nicht der absolute Werth von v und q eine gegebene Richtung des absorbirenden Mittels als solche charakterisiert, sondern vielmehr das ihr zugeordnete Amplitudenverhältniss von Körper- und Aethertheilchen sowie der Phasenunterschied zwischen beiden.²⁾

1) Verh. d. naturh. Vereins. Jhrg. 1875. p. 69.

2) Das allgemeinste Integral der vorstehenden Differentialgleichungen hat beispielsweise für die Aethertheilchen die Form:

Inzwischen hat Hr. Wernicke den Beweis der Beziehungen (26) auch im Sinne der älteren Theorie, allerdings mit Zuziehung einer Hypothese Strutt's, die unseren Vorstellungen schon einigermaassen verwandt ist, zu führen vermocht.¹⁾

Wenn so dem Bisherigen zufolge dem Schwingungsgesetze der absorbirenden Mittel die doppelte Form der

$$q = A e^{-\frac{2\pi}{\lambda} q(\gamma z + \beta y + \alpha x)} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \theta' + \frac{z \cos r + x \sin r}{\lambda} \right)$$

und man entwickelt daraus die Beziehungen:

$$\nu^2 - q^2 = \nu_0^2 - q_0^2, \quad \nu q \cos R = \nu_0 q_0,$$

$$\cos R = \gamma \cos r + \alpha \sin r,$$

so dass also R den Winkel zwischen den Normalen der beiden bezüglichen Ebenen bedeutet.

Wäre insbesondere $\alpha = \beta = 0$, folglich $\gamma = 1$ und sonach $R = r$, so lässt sich die in Rede stehende Welle mit einer äusseren, unter dem Winkel e austretenden dadurch verknüpfen, dass man wie oben $\nu = \frac{\sin e}{\sin r}$ setzt. Es wird dann $\nu \cos r = \sqrt{\nu^2 - \sin^2 e} = p$, so dass man auch hat: $\nu^2 = p^2 + \sin^2 e$.

Die beiden obigen Gleichungen erhalten dann wieder die Gestalt:

$$\nu^2 - q^2 = a^2 - b^2 - \sin^2 e, \quad \pm 2p q = \pm 2ab$$

oder zusammengezogen:

$$p \pm q \sqrt{-1} = \sqrt{(a \pm b \sqrt{-1})^2 - \sin^2 e} = n \cos r'.$$

Demgemäss verhält sich in diesem Falle die äussere Welle zur inneren, als wäre sie nach dem Descartes'schen Gesetz mittelst des Brechungsverhältnisses ν aus der durch p gegebenen reellen Richtung r in die Richtung e gebracht, und als käme sie gleichzeitig nach dem nämlichen Gesetz mittelst des Brechungsverhältnisses $a \pm b \sqrt{-1}$ aus der sowohl von q als von p abhängigen complexen Richtung r' . Ist indess die erwähnte Vorbedingung nicht erfüllt, wie wenn beispielsweise eine in das absorbirende Mittel normal eingetretene Welle an einer zweiten geneigten Fläche gespiegelt wird, so wird die Einführung eines complexen Brechungsverhältnisses wenigstens in der bisherigen Form unmöglich.

1) Pogg. Ann. CLIX. p. 225.

Gl. (23) und (24) entspricht, so ist doch das Verhältniss dieser letzteren zu dem der durchsichtigen Mittel sowie ihre Leistungsfähigkeit eine sehr verschiedene. Während Gl. (23) die absorbirenden Mittel geradezu unter die nicht absorbirenden subsumirt, erhebt die andere umgekehrt die ersten zu den allgemeineren. Lassen sich also mit Anwendung jener die Intensitätsformeln der undurchsichtigen Mittel aus denen der durchsichtigen ableiten, so werden bei Anwendung letzterer die für diese aufgestellten Grenzprincipien als zu speciell zum Theil hinfällig. Der Ansicht Hrn. Wernicke's gegenüber mag hier mit besonderer Bezugnahme auf die Bemühungen Beer's hervorgehoben werden, dass es bis jetzt der Theorie nicht gelungen ist, die dazu erforderlichen generellen Grundsätze zu formuliren.

Indess noch mehr. Hr. Wernicke selbst hat den Beweis geliefert, dass auch der Inhalt der Gl. (23) und (24) sich keineswegs deckt. Seinen Beobachtungen zufolge¹⁾, die sich auf die Combination eines durchsichtigen und absorbirenden Mittels beziehen, bewirkt nämlich die Absorption eine Phasenverzögerung für alle Strahlen, deren Brechungsindices im absorbirenden Mittel grösser sind als im angrenzenden, dagegen eine Phasenbeschleunigung für alle Strahlen, deren Brechungsindices umgekehrt im zweiten Mittel kleiner sind als im ersten. Während nun Gl. (23), ihrer Herleitung aus dem Dispersionsgesetz entsprechend, das Vorzeichen von b und q unbestimmt lässt, also bei gleicher geometrischer Anordnung des Versuches je nach der Wahl des durchsichtigen Mittels (resp. der Wellenlänge) einen Umschlag der Phasenverschiebung zulässt, erhält dagegen in Gl. (24) q dasjenige Vorzeichen, welches die Abnahme der Amplitude im Sinne der Fortpflanzungsrichtung verlangt. Dieses Vorzeichen ist also stets negativ, wenn sich die Welle im Sinne der positiven **Z-Axe**, dagegen stets positiv, wenn sie sich im Sinne der negativen **Z-Axe** fortschiebt.

1) Pogg. Ann. CLIX. p. 218.

Aus dem Gesagten zieht man den Schluss, dass das Schwingungsgesetz Gl. (24) sich ausschliesslich auf die inneren Vorgänge des absorbirenden Mittels selber bezieht, die Form Gl. (23) aber auch die Wechselbeziehung zweier an einander angrenzender Mittel mit umfasst.

12. Was denn zunächst die Bedeutung der complex gewordenen Grenzgleichungen betrifft, so haben dieselben zufolge §. 7 und 10 die Form:

$$(28) \quad \begin{array}{ll} \text{I. Hauptfall } (\vartheta = 90^\circ) & \text{II. Hauptfall } (\vartheta = 0^\circ) \\ A_E + A_R = A_D & A_E - A_R = A_D (a + b\sqrt{-1}) \\ A_E - A_R = A_D \frac{p + q\sqrt{-1}}{\cos e} & A_E + A_R = \frac{A_D}{\cos e} \frac{p + q\sqrt{-1}}{a + b\sqrt{-1}}. \end{array}$$

Setzt man darin:

$$A_R = A'_R + A''_R \sqrt{-1}, \quad A_D = A'_D + A''_D \sqrt{-1}$$

und trennt das Reelle vom Imaginären, so erhält man beispielsweise für den I. Hauptfall:

$$\begin{aligned} A_E + A_R &= A'_D, & A_E - A'_R &= \frac{p A'_D + q A''_D}{\cos e} \\ A''_R &= A''_D, & -A''_R &= \frac{p A''_D - q A'_D}{\cos e}. \end{aligned}$$

Und wenn man:

$$\begin{aligned} A'_R &= \mathfrak{A}_R \cos \chi_R, & A'_D &= \mathfrak{A}_D \cos \chi_D \\ A''_R &= \mathfrak{A}_R \sin \chi_R, & A''_D &= \mathfrak{A}_D \sin \chi_D \end{aligned}$$

nimmt und die oberen Gleichungen mit $\cos \varphi$, die unteren mit $\sin \varphi$ multiplicirt und diese zu ersteren addirt:

$$(29) \quad \begin{aligned} A \cos \varphi + \mathfrak{A}_R \cos (\varphi - \chi_R) &= \mathfrak{A}_D \cos (\varphi - \chi_D) \\ A \cos \varphi - \mathfrak{A}_R \cos (\varphi - \chi_R) &= \frac{\mathfrak{A}_D}{\cos e} [p \cos (\varphi - \chi_D) \\ &\quad + q \sin (\varphi - \chi_D)]. \end{aligned}$$

$$A^2 \cos^2 \varphi - \mathfrak{A}_R^2 \cos^2 (\varphi - \chi_R) = \frac{\mathfrak{A}_D^2}{\cos e} [p \cos^2 (\varphi - \chi_D) \\ + q \sin (\varphi - \chi_D) \cos (\varphi - \chi_D)].$$

Hiermit ist denn die vollständige Deutung der Gl. (28) und zwar im Fresnel'schen Sinne gefunden, und man erhält sonach die wirkliche Amplitude \mathfrak{A} und die zugehörige Phasenverschiebung χ mittelst der von Fresnel gegebenen Regeln:

$$(30) \quad \mathfrak{A} = \sqrt{A^2 + A'^2}, \quad \operatorname{tg} \chi = \frac{A'}{A}.$$

Was ebenso den zweiten Hauptfall angeht, so setze man zunächst zur Abkürzung:

$$\frac{p+q\sqrt{-1}}{a+b\sqrt{-1}} = c + d\sqrt{-1},$$

woraus:

$$(31) \quad c = \frac{pa+qb}{a^2+b^2}, \quad d = \frac{qa-pb}{a^2+b^2},$$

$$ac - bd = p, \quad bc + ad = q.$$

Alsdann kommt analog:

$$(32) \quad \begin{aligned} A \cos \varphi + \mathfrak{A}_R \cos(\varphi - \chi_R) &= \frac{\mathfrak{A}_D}{\cos e} [c \cos(\varphi - \chi_D) + d \sin(\varphi - \chi_D)] \\ A \cos \varphi - \mathfrak{A}_R \cos(\varphi - \chi_R) &= \mathfrak{A}_D [a \cos(\varphi - \chi_D) + b \sin(\varphi - \chi_D)] \\ A^2 \cos^2 \varphi - \mathfrak{A}_R^2 \cos^2(\varphi - \chi_R) & \\ &= \frac{\mathfrak{A}_D^2}{\cos e} [p \cos^2(\varphi - \chi_D) + q \sin(\varphi - \chi_D) \cos(\varphi - \chi_D) + bd]. \end{aligned}$$

Was insbesondere die beiden Gl. (29c) und (32c) betrifft, so repräsentiren dieselben die wirklichen lebendigen Kräfte, die in jedem Augenblick zum Theil auf die reflektierte Welle übergehen, zum Theil durch die Trennungsfläche in das zweite Mittel eindringen und hier theilweise absorbirt werden. Integriert man dieselben nach t , so erhält man für die Summe der lebendigen Kräfte, die während der Zeiteinheit entwickelt werden, die Beziehungen:

$$(33a.) \quad \text{I. } A^2 - \mathfrak{A}_R^2 = \frac{p}{\cos e} \mathfrak{A}_D^2 = \frac{M_D}{M} \nu^2 \mathfrak{A}_D^2$$

$$\text{II. } A^2 - \mathfrak{A}_R^2 = \frac{ac+bd}{\cos e} \mathfrak{A}_D^2 = \frac{M_D}{M} \nu^2 \frac{p^2+q^2}{a^2+b^2} \mathfrak{A}_D^2.$$

Auch diese letzteren sind ebenso wie diejenigen, aus denen sie abgeleitet wurden, für beide Hauptfälle verschieden. Nur Relation I. stimmt mit der der isotropen Mittel überein.

Wäre insbesondere das absorbirende Mittel dioptrisch einfach und der Extinctionscoefficient so klein, dass bereits die zweiten Potenzen desselben vernachlässigt werden dürften, so würden nicht blos ν und q vom Einfallswinkel unabhängig, sondern man könnte dieselben auch mittelst der Beziehungen IV. des früheren Aufsatzes (Pogg. Ann. CLX. p. 468), die sich dann auf:

$$\nu^2 - 1 = \frac{M' \mathfrak{A}^2}{M \mathfrak{A}'^2}, \quad pq = \frac{M' \mathfrak{A}'^2}{M \mathfrak{A}^2} (\chi' - \chi)$$

vereinfachen, als Functionen des Amplitudenverhältnisses und des Phasenuterschiedes der Körper- und Aethertheilchen ausdrücken. Man erhielte alsdann die beiden Hauptfällen gemeinsame bemerkenswerthe Beziehung der momentanen lebendigen Kräfte:

$$M[A^2 \cos^2 \varphi - \mathfrak{A}_R^2 \cos(\varphi - \chi_R)] = \frac{M_D \mathfrak{A}_D^2 + M'_D \mathfrak{A}'_D^2}{M_D \mathfrak{A}_D^2 \cos^2 e + M'_D \mathfrak{A}'_D^2}$$

$$(33b.) \times [M_D \mathfrak{A}_D^2 \cos^2 e \cos^2(\varphi - \chi_D) + M'_D \mathfrak{A}'_D^2 \cos^2(\varphi - \chi'_D) \\ + \frac{1}{2} (\chi'_D - \chi_D) M_D \mathfrak{A}'_D^2 \sin(\varphi - \chi'_D) \cos(\varphi - \chi'_D)].$$

Untersuchen wir jetzt, inwieweit man ohne Zuziehung des Complexen, also mittelst Benutzung des Schwingungsgesetzes Gl. (24) zu den gewonnenen Grenzbedingungen hingelangt. Setzt man zu dem Ende mit Beer:¹⁾

$$\varrho_E = A \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \theta' + \frac{\delta_E}{\lambda} \right)$$

$$\varrho_R = \mathfrak{A}_R \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \theta' + \frac{\delta_R}{\lambda} \mp \chi_R \right)$$

$$\varrho_D = \mathfrak{A}_D e^{\mp \frac{2\pi}{\lambda} q z} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \theta' + \frac{\delta_D}{\lambda} \mp \chi_D \right),$$

1) Pogg. Ann. XCII.

so erhält man für den I. Hauptfall unmittelbar aus den Grenzprincipien:

$$A \cos \varphi + \mathfrak{A}_R \cos(\varphi - \chi_R) = \mathfrak{A}_D \cos(\varphi - \chi_D)$$

$$\frac{\cos \epsilon}{\lambda} \left[A \sin \varphi - \mathfrak{A}_R \sin(\varphi - \chi_R) \right] = \mathfrak{A}_D \left[\frac{\cos r}{\lambda} \sin(\varphi - \chi_D) + \frac{q}{\lambda} \cos(\varphi - \chi_D) \right]$$

Während in der That die erste derselben mit der ersten der Gl. (29) identisch ist, unterscheiden sich die folgenden, nur durch die Vertauschung von sinus und cosinus; sie führen folglich beide zu Gl. (28) zurück.

Wollte man dann weiter das Deformationsprinzip auch auf die Verhältnisse des II. Hauptfalles übertragen, so erhielte man an Stelle von Gl. (32b) eine solche, die ν, q statt a, b enthielte.

Bezüglich der Anwendung des Continuitätsprincips könnte wohl nur eine Zerlegung der reellen Amplitude \mathfrak{A}_D parallel der X -Axe in Frage kommen, während dagegen die Coefficienten c, d der bezüglichen Gl. (32a) anscheinend blos auf algebraischem Wege aus ihren vier Elementen a, b, ν, q abzuleiten sind.

Man darf daher den Schluss ziehen, dass sowohl der Grundsatz der Continuität wie der der Deformation nur solange anwendbar bleiben, als die Theilchen der Wellenebene in der Richtung des Ausschlags gleiche Amplitude haben. Das Prinzip der lebendigen Kräfte endlich wird überhaupt unbnutzbar und es ist wohl auch in Rücksicht auf das über die Continuität Gesagte bemerkenswerth, dass die beiden indirect abgeleiteten Gl. (29c) und (32c) gerade durch ein den Coefficienten d enthaltendes constantes Glied gegen einander differiren.

13. Sonach erübrig't nur noch, die Schwächungscoefficienten $R = \frac{A_R}{A}$, $D = \frac{A_D}{A}$ des gespiegelten und gebrochenen Lichtes für die absorbirenden Mittel aus denen der durchsichtigen abzuleiten. Erhalten dieselben zunächst die Form:

$$\frac{A + B\sqrt{-1}}{C + D\sqrt{-1}} = A' + A'\sqrt{-1},$$

so gewinnt man daraus mittelst der Fresnel'schen Regel (30) für Intensität ($J = \mathfrak{A}^2$) und Phasenverschiebung χ die Beziehungen:

$$J = \frac{A^2 + B^2}{C^2 + D^2}, \quad \operatorname{tg} \chi = \frac{BC - AD}{AC + BD}.$$

Wie bereits §. 10 angedeutet, verfährt man so, dass man in die Einfallswinkel (e) und Brechungswinkel (r') enthaltenden Fresnel'schen Intensitätsformeln $\sin r'$ und $\cos r'$ bez. durch:

$$\sin r' = \frac{\sin e}{a + b \sqrt{-1}}, \quad \cos r' = \frac{p + q \sqrt{-1}}{a + b \sqrt{-1}}$$

und event. die Constanten a, b mittelst der Gleichungen (21) noch durch die Coefficienten p, q ersetzt.

I. Hauptfall. Für denselben hat man:

$$R = \frac{\sin(e - r')}{\sin(e + r')} = \frac{\cos e - p - \sqrt{-1}q}{\cos e + p + \sqrt{-1}q}.$$

Daraus folgt für die Intensität:

$$(34a.) \quad J_R = \frac{(\cos e - p)^2 + q^2}{(\cos e + p)^2 + q^2}$$

oder wenn man p durch $\nu \cos r$ ersetzt:

$$(34b.) \quad J_R = \frac{\sin^2(e - r) + q^2 \sin^2 r}{\sin^2(e + r) + q^2 \sin^2 r}.$$

Schreibt man endlich nach dem Vorgange Cauchy's:

$$\frac{1+J}{1-J} = \operatorname{tg} f, \quad J = \frac{\operatorname{tg} f - 1}{\operatorname{tg} f + 1} = \operatorname{tg}(f - 45^\circ),$$

so erhält man z. B. in p, q, e :

$$(34c.) \quad \operatorname{ctg} f = \frac{2p \cos e}{p^2 + q^2 + \cos^2 e}.$$

Der Phasenunterschied wird alsdann entsprechend:

$$(35) \quad \begin{aligned} \operatorname{tg} \chi_R &= \frac{2p \cos e}{p^2 + q^2 - \cos^2 e} \\ &= \frac{2q \cos e \sin^2 r}{\sin(e - r) \sin(e + r) + q^2 \sin^2 r}. \end{aligned}$$

Analog kommt für das gebrochene Licht:

$$(36) \quad D = \frac{2 \cos e}{\cos e + p + \sqrt{-1} q}$$

$$J_D = \frac{4 \cos^2 e}{(\cos e + p)^2 + q^2} = \frac{4 \cos^2 e \sin^2 r}{\sin^2(e+r) + q^2 \sin^2 r}$$

$$\operatorname{tg} \chi_D = - \frac{q}{\cos e + p} = - \frac{q \sin r}{\sin(e+r)}.$$

II. Hauptfall. Man erhält hier zunächst:

$$R = - \frac{\sin e \cos e - \sin r' \cos r'}{\sin e \cos e + \sin r' \cos r'} = \frac{p - \cos e(r^2 - q^2) + \sqrt{-1} q(1 - 2p \cos e)}{p + \cos e(r^2 - q^2) + \sqrt{-1} q(1 + 2p \cos e)}$$

und leitet daraus bei Berücksichtigung, dass:

$$(r^2 - q^2)^2 + 4p^2q^2 = (a^2 + b^2)^2$$

für die Intensität ab:

$$(37a.) \quad J_R = \frac{p^2 + q^2 - 2p \cos e(p^2 + q^2 + \sin^2 e) + (a^2 + b^2)^2 \cos^2 e}{p^2 + q^2 + 2p \cos e(p^2 + q^2 + \sin^2 e) + (a^2 + b^2)^2 \cos^2 e},$$

oder wenn wieder $J_R = \operatorname{tg}(g - 45^\circ)$ gesetzt wird:

$$(37b.) \quad \operatorname{ctg} g = \frac{2p \cos e [\sin^2 e + p^2 + q^2]}{p^2 + q^2 + (a^2 + b^2)^2 \cos^2 e}.$$

Entsprechend kommt für den Phasenunterschied:

$$(38) \quad \operatorname{tg} \chi_R = \frac{2q \cos e [\sin^2 e - (p^2 + q^2)]}{p^2 + q^2 - (a^2 + b^2)^2 \cos^2 e}.$$

Setzt man ferner in dem ersten Ausdruck $p = r \cos r$, so ergibt sich ohne Schwierigkeit für R :

$$-\frac{[\sin(e-r)\cos(e+r)-q^2\operatorname{ctg}e\sin^2r]+\sqrt{-1}q\sin r[\cos(e+r)+\sin(e-r)\operatorname{ctg}e]}{[\sin(e+r)\cos(e-r)-q^2\operatorname{ctg}e\sin^2r]+\sqrt{-1}q\sin r[\cos(e-r)+\sin(e+r)\operatorname{ctg}e]}.$$

Und man erhält dann für die Intensität:

$$(37c.) \quad J_R = \frac{\cos^2(e+r) + q^2 \operatorname{ctg}^2 e \sin^2 r}{\cos^2(e-r) + q^2 \operatorname{ctg}^2 e \sin^2 r} \cdot \frac{\sin^2(e-r) + q^2 \sin^2 r}{\sin^2(e+r) + q^2 \sin^2 r}.$$

Den ähnlich gebildeten, aber wenig übersichtlichen Ausdruck für $\operatorname{tg} \chi_R$ übergehe ich. Ebenso möge es bezüglich des Polarisationswinkels genügen, auf die Existenz

eines solchen auch für die absorbirenden Mittel hinzuweisen. Definiert man denselben durch das Brewster'sche Gesetz:

$$\nu = \operatorname{tg} e, \quad p = \nu^2 \cos e,$$

und führt diese Beziehung in vorstehende Ausdrücke ein, so erfahren dieselben nicht unwesentliche Reductionen. Im Uebrigen tritt hier der Polarisationswinkel, sowohl was theoretisches wie experimentelles Interesse betrifft, völlig gegen den sogenannten Haupteinfallsinkel zurück. Seine Lage bestimmt sich mittelst der kubischen Gleichung:

$$(39) \quad \nu^6 - \nu^4(a^2 - b^2) - (\nu^2 + 1)a^2b^2 = 0.$$

Was endlich das durchgehende Licht betrifft, so findet man:

$$D = \frac{2 \cos e (a + b \sqrt{-1})}{p + \cos e (\nu^2 - q^2) + \sqrt{-1}q(1 + 2p \cos e)}$$

und daraus mittelst bekannter Transformation:

$$(40) \quad J_D = \frac{4 \cos^3 e (a^2 + b^2)}{p^2 + q^2 + 2p \cos e (p^2 + q^2 + \sin^2 e) + (a^2 + b^2)^2 \cos^2 e}$$

$$= \frac{1}{\nu^2 [\cos^2(e - r) + q^2 \operatorname{ctg}^2 e \sin^2 r]} \frac{4 \cos^2 e \sin^2 r (a^2 + b^2)}{[\sin^2(e + r) + q^2 \sin^2 r]}$$

$$\operatorname{tg} \chi_D = \frac{b [p - \cos e (a^2 + b^2)] - aq}{a [p + \cos e (a^2 + b^2)] + bq}.$$

14. Wird jetzt das einfallende Licht unter dem Azimuth von 45° polarisiert gedacht, und zunächst der reflektierte elliptisch schwingende Strahl der Prüfung unterworfen, so ist das Verhältniss der wirklichen Amplituden seiner Componenten sowie die Differenz der beiden obigen Phasenunterschiede ($\chi^p - \chi^s$) festzustellen. Während nun jenes aus den schon gebildeten Ausdrücken ohne weiteres abzuleiten ist, würde bezüglich der Gangunterschiede das gewöhnliche Verfahren zu Weiterungen führen, die sich mit Eisenlohr dadurch vermeiden lassen, dass man die bekannte Fresnel'sche Quotientenformel:

$$\frac{\cos(e + r')}{\cos(e - r')}$$

in gleicher Weise behandelt wie oben. Dieselbe wird dadurch:

$$\frac{R_p}{R_s} = \frac{(p \cos e - \sin^2 e) + \sqrt{-1} q \cos e}{(p \cos e + \sin^2 e) + \sqrt{-1} q \cos e},$$

und man erhält für den Quotienten des Quadrates der wirklichen Amplituden:

$$(41a.) \quad \frac{J_p}{J_s} = \operatorname{tg}^2 h = \frac{(p \cos e - \sin^2 e)^2 + q^2 \cos^2 e}{(p \cos e + \sin^2 e)^2 + q^2 \cos^2 e},$$

oder einfacher:

$$(41b.) \quad \cos 2h = \frac{2p \cos e \sin^2 e}{(p^2 + q^2) \cos^2 e + \sin^4 e}.$$

Ersterer Ausdruck setzt sich auch um in:

$$(41c.) \quad \frac{J_p}{J_s} = \frac{\cos^2(e+r) + q^2 \operatorname{ctg}^2 e \sin^2 r}{\cos^2(e-r) + q^2 \operatorname{ctg}^2 e \sin^2 r},$$

welch letzterer sich bei Ausführung der Division der Gl. (37c) und (34b) unmittelbar gefunden hätte.

Der jetzige Phasenunterschied, die Differenz der früheren, wird:

$$(42) \quad \begin{aligned} \operatorname{tg} d_R &= \frac{2q \cos e \sin^2 e}{(p^2 + q^2) \cos e - \sin^4 e} \\ &= \frac{1}{r^2} \frac{2q \cos e \sin^2 e}{\cos(e-r) \cos(e+r) + q^2 \operatorname{ctg}^2 e \sin^2 r}. \end{aligned}$$

Was ebenso das gebrochene Licht betrifft, so erfährt die entsprechende Fresnel'sche Formel:

$$\frac{1}{\cos(e-r')}$$

die Umbildung:

- 1) Wäre insbesondere b und folglich auch q so klein, dass bereits das Quadrat desselben vernachlässigt werden dürfte, so liesse sich schreiben:

$$\operatorname{tg} d_R = \frac{e \sin e \sin 2e}{\cos(e-r) \cos(e+r)}.$$

Es würde dann der Gangunterschied dem von Cauchy für die elliptisch polarisirenden durchsichtigen Mittel aufgestellten absolut genau entsprechen. — Nach Quinecke sind übrigens die Formeln (41) und (42) auch für diese Mittel vollkommen brauchbar.

$$\frac{D_p}{D_s} = \frac{a + b\sqrt{-1}}{(p \cos e + \sin^2 e) + \sqrt{-1}q \cos e}$$

woraus:

$$(43) \quad \begin{aligned} \frac{J_p}{J_s} &= \frac{a^2 + b^2}{(p \cos e + \sin^2 e)^2 + q^2 \cos^2 e} \\ &= \frac{1}{r^2 \cos^2(e - r) + q^2 \operatorname{ctg}^2 e \sin^2 r} \\ \operatorname{tg} d_D &= \frac{b(p \cos e + \sin^2 e) - aq \cos e}{a(p \cos e + \sin^2 e) + bq \cos e} \\ &= \frac{r b \cos(e - r) - aq \cos e}{r a \cos(e - r) + bq \cos e}. \end{aligned}$$

Doch kehren wir einen Augenblick zu den Ausdrücken (41) und (42) für das reflectirte Licht zurück. Aus ihnen lassen sich p und q für eine beliebige Incidenz e , sobald nur die entsprechenden d und h bekannt sind, berechnen. Man findet nämlich mittelst einfacher Umrechnung:

$$(44) \quad \begin{aligned} p &= \frac{\sin e \operatorname{tg} e \cos 2h}{1 - \cos d \sin 2h} \\ q &= \frac{\sin e \operatorname{tg} e \sin d \sin 2h}{1 - \cos d \sin 2h}. \end{aligned}$$

Daraus ergibt sich weiter:

$$(45) \quad r^2 = \sin^2 e \left(1 + \frac{\operatorname{tg}^2 e \cos^2 2h}{(1 - \cos d \sin 2h)^2} \right).$$

Und aus der Verbindung dieser Ausdrücke mit den Gleichungen:

$$r^2 - q^2 = a^2 - b^2, \quad pq = ab$$

erhält man unmittelbar die beiden charakteristischen Constanten a und b .

Bezeichnet man insbesondere den Haupteinfallsinkel, d. h. denjenigen, für welchen der Phasenunterschied $d_E = 90^\circ$ wird, mit E und das zugehörige Hauptazimuth mit H , dann wird entsprechend:

$$(44b.) \quad \begin{aligned} p_E &= \sin E \operatorname{tg} E \cos 2H \\ q_E &= \sin E \operatorname{tg} E \sin 2H. \end{aligned}$$

Und wenn das der Hauptincidenz zukommende, wirkliche Brechungsverhältniss mit N bezeichnet wird, so hat man:

$$(45b.) \quad N^2 = \operatorname{tg}^2 E (1 - \sin^2 E \sin^2 2H)$$

als Analogon zum Brewster'schen Gesetze, das für $b=q=H=0$, also für durchsichtige Mittel, mit diesem selbst zusammenfällt.

Weiter erhält man unmittelbar:

$$2ab = \sin E \operatorname{tg} E \sin 4H$$

sowie die Beziehungen:

$$(46) \quad \begin{aligned} a^2 - b^2 &= \operatorname{tg}^2 E (1 - 2 \sin^2 E \sin^2 2H) \\ a^2 + b^2 &= \operatorname{tg}^2 E \sqrt{1 - \sin^2 2E \sin^2 2H}. \end{aligned}$$

Man wird dieselben zur Berechnung von a und b benutzen, wenn nur E und H bekannt sind. Lundquist¹⁾ hat indess mittelst Gleichungen, die nur in der Form von (44) abweichen, diese Berechnung (für Fuchsin und homogene Farben) auf verschiedene Einfallswinkel ausgedehnt und meines Erachtens eine befriedigende Ueberestimmung erhalten.

Die hier abgeleiteten Ausdrücke (34c), (35a), (37b), (38), (41b), (42a) decken sich völlig mit den von Cauchy und Eisenlohr gegebenen, sobald man setzt:

$$\begin{aligned} a &= \vartheta \cos \varepsilon & c &= \gamma \cos u & p &= \gamma \vartheta \cos (\varepsilon + u) \\ b &= \vartheta \sin \varepsilon & d &= \gamma \sin u & q &= \gamma \vartheta \sin (\varepsilon + u) \end{aligned}$$

$$\frac{\operatorname{tg}(\varepsilon - u)}{\operatorname{tg}(\varepsilon + u)} = \frac{\gamma^2 \vartheta^2 - \sin^2 \varepsilon}{\gamma^2 \vartheta^2 + \sin^2 \varepsilon},$$

Bedingungen, die, wie man sich leicht überzeugt, mit einander verträglich sind. Da indess diese ältere Form trotz einer gewissen Eleganz wegen des rein mathematischen Charakters ihrer Coefficienten kein eigentlich physikalisches Interesse hat, so möge der Hinweis auf sie genügen. Andererseits fallen die Formeln (34b), (35b), (37c) etc. mit

1) Pogg. Ann. CLII. p. 585.

den von Beer gegebenen zusammen, sobald man aus diesen die auf die Longitudinalwellen bezüglichen Glieder entfernt. Da Beer indess das hier entwickelte Gesetz der Abhängigkeit zwischen v, q, e nicht kannte, so ist seine Arbeit nicht ganz frei von Widersprüchen.

Die auf das gebrochene Licht bezüglichen Verhältnisse, die gegenwärtig nicht minder evident sind wie die des gespiegelten, sind noch von keinem Vorgänger behandelt.

15. Am regelmässigsten werden die Formeln, wenn man die Reflexion und Brechung im Innern eines absorbirenden Mittels an der Grenze eines zweiten gleichfalls absorbirenden vor sich gehen lässt. Wir denken uns das erste Mittel als eine planparallele Platte, auf deren Vorderfläche das Licht unter dem Einfallswinkel e (im Weltäther) aufgefallen, und an der es unter dem Brechungswinkel r'_1 gebrochen wurde. Es wird dann r'_1 der Einfallswinkel für die innere Trennungsfläche, und wenn die zweite Brechung nach r'_2 erfolgt, so hat man: $\sin e = n_1 \sin r'_1 = n_2 \sin r'_2$, und so erscheint:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{a_2 + b_2 \sqrt{-1}}{a_1 + b_1 \sqrt{-1}}$$

als das relative complexe Brechungsverhältniss, welches sich dem reellen: $\frac{v_2}{r'_1} = \frac{\sin r'_1}{\sin r'_2}$ zuordnet.

Demgemäss erhält man beispielsweise für den I. Hauptfall:

$$R = \frac{\sin r'_2 \cos r'_1 - \cos r'_2 \sin r'_1}{\sin r'_2 \cos r'_1 + \cos r'_2 \sin r'_1} = \frac{(p_1 - p_2) + \sqrt{-1}(q_1 - q_2)}{(p_1 + p_2) + \sqrt{-1}(q_1 + q_2)}$$

$$D = 1 + R = \frac{2(p_1 + q_1 \sqrt{-1})}{(p_1 + p_2) + \sqrt{-1}(q_1 + q_2)}.$$

Und daraus:

$$J_R = \frac{(p_1 - p_2)^2 + (q_1 - q_2)^2}{(p_1 + p_2)^2 + (q_1 + q_2)^2}, \quad \operatorname{ctg} f = \frac{2(p_1 p_2 + q_1 q_2)}{(p_1^2 + q_1^2) + (p_2^2 + q_2^2)}$$

$$(47) \quad \operatorname{tg} \chi_R = \frac{2(q_1 p_2 + q_2 p_1)}{(p_1^2 + q_1^2) - (p_2^2 + q_2^2)}.$$

$$J_D = \frac{4(p_1^2 + q_1^2)}{(p_1 + p_2)^2 + (q_1 + q_2)^2}, \quad \operatorname{tg} \chi_D = \frac{q_1 p_2 - q_2 p_1}{(p_1^2 + q_1^2) + (p_1 p_2 - q_1 q_2)}.$$

Ebenso ergibt sich für die Bestimmungsstücke der elliptischen Polarisation und zwar für das reflectirte Licht:

$$(48) \quad \begin{aligned} \cos 2h_R &= \frac{2 \sin^2 e (p_1 p_2 - q_1 q_2)}{(p_1^2 + q_1^2)(p_2^2 + q_2^2) + \sin^4 e} \\ \operatorname{tg} d_R &= \frac{2 \sin^2 e (q_1 p_2 + q_2 p_1)}{(p_1^2 + q_1^2)(p_2^2 + q_2^2) - \sin^4 e}, \end{aligned}$$

Ausdrücke, welche dadurch noch symmetrischer werden, dass man $\sin^2 e = r_1 r_2 \sin r_1 \sin r_2$ setzt:

Ferner für das gebrochene Licht:

$$(49) \quad \begin{aligned} \frac{J_p}{J_s} &= \frac{(a_1^2 + b_1^2)(a_2^2 + b_2^2)}{(p_1^2 + q_1^2)(p_2^2 + q_2^2) + 2 \sin^2 e (p_1 p_2 - q_1 q_2) + \sin^4 e} \\ \operatorname{tg} d_D &= \frac{(a_1 b_2 + a_2 b_1)(p_1 p_2 - q_1 q_2 + \sin^2 e) - (a_1 a_2 - b_1 b_2)(p_1 q_2 + p_2 q_1)}{(a_1 a_2 - b_1 b_2)(p_1 p_2 - q_1 q_2 + \sin^2 e) + (a_1 b_2 + a_2 b_1)(p_1 q_2 + p_2 q_1)}. \end{aligned}$$

Sofern man übrigens eine Legitimierung dieses Verfahrens mittelst direkter Anwendung der Grenzprincipien auf die eine oder andere Form des Schwingungsgesetzes für nötig erachten sollte, so hat man in Rücksicht darauf, dass die Amplituden der einfallenden und gebrochenen Welle in der Richtung der positiven Z-Axe zunehmen, die der gespiegelten dagegen abnehmen, dem Extinction-coefficienten der letzteren das entgegengesetzte Vorzeichen zu geben wie dem der beiden anderen. Man gelangt dann in der That zu den Ausdrücken (47) zurück.

Wäre insbesondere das zweite Mittel wieder der leere Raum, also $a_2 = 1$, $p_2 = \cos e$, $b_2 = q_2 = 0$, so erhielte man für die Reflexion an der Hinterfläche der vorausgesetzten Platte für $\cos 2h_R$ und $\operatorname{tg}^2 h_D$ den gleichen Werth wie an der Vorderfläche, und für die Phasendifferenzen d_R und d_D den nämlichen absoluten Werth. Das Vorzeichen derselben würde davon abhängen, ob gleichzeitig q sein Zeichen wechselt oder dasselbe in beiden Fällen behält. Letzteres wäre freilich nur möglich bei Anwendung der complexen Form des Schwingungsgesetzes.

Setzt man noch in Gl. (47) $a_1 = p_1 = n_1$, $b_1 = q_1 = 0$,

also $e = 0$ und folglich $p_2 = a_2$, $q_2 = b_2$, so erhält man für das reflectirte Licht:

$$(50) \quad J_R = \frac{(a_2 - n_1)^2 + b_2^2 n_1^2}{(a_2 + n_1)^2 + b_2^2 n_1^2}, \quad \operatorname{tg} \chi_R = \frac{2b_2 n_1}{a_2^2 + b_2^2 - n_1^2}.$$

Ist das erste dieser Mittel Glas ($n_1 = 1,5$), das zweite Silber, für welches man mittelst Beobachtung des Hauptwinkels etwa $a = \frac{1}{3}$, $b = 2$ findet, so wird etwa $\chi_R = 77^\circ$, während Hr. Wernicke aus Interferenzversuchen nahezu 90° gefunden hat. Mir scheint übrigens, dass dieser Versuch nicht ganz so einfach ist, als Hr. Wernicke annimmt, da in der That vom Standpunkte der Theorie des Mitschwingens der ponderablen Theilchen ein Zusammenhaften zweier so heterogener Substanzen wie Glas und Metall die freie Bewegung der beiderseitigen Moleküle behindern und eigenthümliche Grenzwirkungen herbeiführen wird. Die hier erhaltene leidliche Uebereinstimmung zwischen Rechnung und Beobachtung dürfte daher, selbst abgesehen von der Möglichkeit eines $v < 1$, einigermaassen zufällig sei.

16. Was schliesslich die elliptische Polarisation der durchsichtigen Mittel betrifft, so ist, wie schon angeführt wurde, die Erklärung derselben mittelst Zuziehung von Longitudinalstrahlen illusorisch, und bleibt ohnehin das doppelte Vorzeichen derselben ohne jede Begründung. Ich selbst habe früher den Versuch gemacht, die in Rede stehende Erscheinung auf einen imaginären Winkel zwischen Strahl und Normale zurückzuführen, möchte denselben aber nach Abschluss meines letzten Aufsatzes nicht mehr gerade aufrecht erhalten. Vermuthlich bleibt auch für diese Polarisation kein anderer Entstehungsgrund übrig als der einer wenngleich schwachen Absorption, resp. Phasenverschiebung zwischen Körper- und Aethertheilchen.

Dass in der That die elliptische Polarisation der hier in Betracht kommenden Mittel wenigstens für die Reflexion an der Vorderfläche völlig mit der der metallischen Mittel übereinstimmt, habe ich p. 240 in der Anmerkung

angedeutet. Nehmen wir auch für die Spiegelung an der Hinterfläche und ebenso für die Brechung die gleiche Uebereinstimmung in Anspruch, so hat Quincke¹⁾ gezeigt:

- a) dass eine bezüglich der Vorgänge an der Vorderfläche positive Substanz bei der Reflexion an der Hinterfläche negativ werde und umgekehrt,
- b) dass für die correspondirenden Winkel r_1, r_2 einer aus zwei Mitteln gebildeten Combination das Polarisationsazimuth (h) das gleiche, der Phasenunterschied (d) der entgegengesetzte werde, wenn r_1 und r_2 und damit auch die Reihenfolge der Mittel gegen einander vertauscht werden, und:
- c) dass das nach zweimaliger Brechung aus einer planparallelen Platte austretende Licht niemals elliptisch polarisiert ist, welches auch Incidenz und Azimuth des einfallenden Strahles sein möge.

Sämmtliche drei Folgerungen sind mit den oben erwähnten Resultaten Wernicke's an absorbirenden Mitteln (S. 232) verträglich. Sie ergeben sich ohne weiteres aus den Gl. (48) und (49), wenn man darin den entsprechenden Zeichenwechsel der b und q zugibt, und involviren dann den Ausschluss des Beer'schen Verfahrens zu Gunsten des von Cauchy selbst sowie von Eisenlohr und mir eingeschlagenen.

Bleibt nun demgemäß die theoretische Feststellung des Vorzeichens der Phasenänderungen (χ) zur Zeit noch unmöglich, so mag man annehmen dürfen, dass selbst für die Reflexion in Luft bei den einzelnen positiven und negativen Substanzen ähnliche Verschiedenheiten dieses Zeichen beeinflussen mögen. Auch würde ja eine zu beiden Seiten eines Absorptionsstreifens — die elliptische Polarisation nimmt bekanntlich mit der Entfernung von demselben ab — sich weithin erstreckende schwache Absorption mit unserer allgemeinen Dispersionsformel noch

¹⁾ Pogg. Ann. CXXVIII.

immerhin im Einklang sein. Vielleicht aber auch ist es wahrscheinlicher, die betreffende Ellipticität der Wirkung einer „Grenzschicht“ zuzuschreiben, sofern ja die Körpertheilchen der Oberfläche nur einseitig von homogenem Aether umgeben sind, und damit die Annahme zu verknüpfen, dass ebendeshalb die oberflächlichen Schichten zumal in der Nähe des Absorptionsgebietes zu einer Phasenverschiebung zwischen Aether- und Körpertheilchen geneigt seien. Man könnte sich denken, dass die fictive Trennungsfläche $z = 0$ etwas innerhalb der wirklichen liege, dass sowohl oberhalb wie unterhalb derselben die Dichtigkeit sich continuirlich ändere, und dass so an der Oberfläche eine Combination entstehe, die ähnlich wirke wie die unter b) von Quincke untersuchte.

Eine solche Oberflächenwirkung könnte dann ebenso für das Absorptionsgebiet selber zur Wirkung der Extinction hinzutreten, und sie scheint auch bereits seitens der Hrn. Quincke¹⁾ und Wernicke²⁾ an dünnen Metallblättchen auf eine gewisse Tiefe hin constatirt zu sein.

IV. Ueber die electrische Influenz auf nicht-leitende feste Körper; von A. Wüllner.

(Aus den Sitzungsberichten der K. b. Akademie zu München vom Herrn Verfasser mitgetheilt.)

Vor einiger Zeit hatte ich die Ehre der Akademie einige Versuche mitzutheilen,³⁾ aus denen sich ergab, dass die flüssigen Nichtleiter in ähnlicher Weise electrisch influencirt werden, wie die flüssigen Leiter; dass in Bezug auf die electrische Influenz die Nichtleiter von den Leitern

1) *Ebd. Erg.-Bd. VIII.* p. 68 u. 79.

2) *Pogg. Ann. LXXIII., LXXIV., LXXV.*

3) Sitzungsberichte der k. b. Akademie zu München. (math.-phys. Klasse). V. p. 147 (Juni 1875).

sich nur insoweit unterscheiden, dass während bei den letzteren die Influenz momentan in ihrer ganzen Stärke auftritt, bei den ersteren dieselbe eine längere Zeit braucht, um denselben Werth zu erreichen. Es ergab sich das daraus, dass das Potential in einer electrisirten, mit dem Sinuselectrometer verbundenen Metallplatte, welche über einer flüssigen Platte von immer derselben Form in immer gleicher Entfernung schwebte, immer in demselben Verhältnisse vermindert wurde, sowohl, wenn die Flüssigkeit leitend als auch wenn sie nichtleitend war. Es wurde nämlich das Potential der frei schwebenden Platte am Sinuselectrometer beobachtet, V_1 ; es wurde dann diese Platte bis zu einem bestimmten, bei allen Versuchen constanten Abstande über der Flüssigkeit herabgelassen und das Potential der Platte in dieser Lage am Sinuselectrometer beobachtet gleich V . Bezeichnet man nun das Potential der in der Flüssigkeit influenzirten Electricität auf die electrisirte Platte, resp. auf das immer gleiche electrische System, von welchem die Platte ein Theil ist, mit V_2 , so ist:

$$V = V_1 + V_2$$

Da nun immer:

$$V_2 = a V_1$$

gesetzt werden kann, wenn a die von der Platte ausgeübte Influenz bedeutet, für den Fall, dass bei den gegebenen Umständen die influencirende Platte das Potential Eins besitzt, so ist:

$$V = V_1 (1 + a)$$

$$\frac{V}{V_1} = 1 + a.$$

Dieser Quotient $1 + a$ wurde nun immer derselbe, einerlei ob die Platte aus einer leitenden oder nichtleitenden Flüssigkeit bestand, ein Beweis, dass bei hinreichender Dauer die nichtleitenden Flüssigkeiten durch Influenz bis zu demselben Grade electrisirt werden wie die leitenden.

Im Anschlusse an diese Beobachtungen erlaubte ich

mir gleichzeitig einige vorläufige Versuche über die Influenz auf feste Isolatoren mitzutheilen, welche den Beweis zu liefern schienen, dass auch dort die Electrisirung bei dauernder Influenz stetig zunimmt, aber nicht bis zu jenem Werthe, welchen sie in den Leitern erreicht. Ich habe diese Versuche seitdem weiter verfolgt und die mit der Zeit wachsende Influenz bei einer Anzahl von festen Isolatoren, so genau es eben geht, messend verfolgt. Die Frage gerade nach dieser mit der Zeit wachsenden Influenzirung schien mir, ausser dem Interesse, das sie an sich bietet, auch für unsere theoretischen Anschauungen nicht ganz ohne Bedeutung zu sein. Bei den meisten theoretischen Entwickelungen von Fragen, bei denen die Isolatoren eine Rolle spielen, und in den neueren electrischen Untersuchungen wird die Rolle der Isolatoren eine immer wichtigere, betrachtet man die Isolatoren als Dielectrica im Sinne der ursprünglich von Faraday ausgesprochenen Anschauung. Man setzt voraus, dass jeder Isolator ein bestimmtes Inductionsvermögen habe, und führt den Einfluss desselben in die Rechnung durch die sogenannte Dielectricitätsconstante ein, welche das Maass der dielectrischen Polarisation ist. Die Grösse der letzteren ist davon abhängig, ein wie grosser Theil der in der Volumeneinheit des Isolators vorhandenen Moleküle vollkommen leitend ist.

Die sich in der Rückstandsbildung zeigende Zunahme der Influenz mit wachsender Dauer der Einwirkung sieht diese Auffassung als einen Vorgang ganz anderer Ordnung an, man betrachtet ihn als dielectrische Nachwirkung oder als eine mit der Zeit wachsende Influenz in den die leitenden Moleküle trennenden nicht vollkommen isolirenden Molekülen. Ein Zusammenhang zwischen den beiden Erscheinungen ist nur insoweit vorhanden, dass je vollkommener das Dielectricum, je grösser die Dielectricitätsconstante ist, um so geringer die dielectrische Nachwirkung sein muss.

Theilt man dagegen diese Auffassung der Isolatoren nicht, sondern sieht man sie einfach als schlechte Leiter

an, so muss sich zwischen der momentanen, das specifische Inductionsvermögen bedingenden, und der mit der Zeit wachsenden Influenz eine innige Beziehung zeigen. Es muss dann die momentane Influenz um so grösser sein, je grösser die Leistungsfähigkeit des Isolators ist, je schneller also die Influenz mit der Zeit wächst. Die Untersuchung der Influenz in Nichtleitern scheint also eine Entscheidung darüber bringen zu können, ob die Faraday'sche Auffassung der Isolatoren nothwendig ist oder nicht.

Ich habe deshalb eine Anzahl von Isolatoren, deren Dielectricitätsconstanten nach den vorliegenden Untersuchungen ziemlich verschieden sind, nach dieser Richtung hin der Messung unterzogen.

Methoden der Messung.

2.

Die einfachste und directeste Methode, nach welcher man die Influenz in einem sogenannten Isolator bestimmen kann, ist die, dass man das Potential der im Isolator influenzierten Electricität auf eine leitende Platte bestimmt, und zwar auf jene, welche selbst die Influenzwirkung im Isolator hervorruft. Ist V das Potential der Electricität in der Collectorplatte eines plattenförmigen Ansammlungsapparates, wenn der Zwischenraum zwischen den Platten mit Luft gefüllt ist, und wird V_1 das Potential, wenn die Luft durch einen anderen Isolator ersetzt wird, so folgt lediglich aus der Annahme, dass die Influenz im Isolator dem Potential der influenzirenden Electricität proportional ist:

$$V_1 = V(1 - \alpha).$$

Es ist $-\alpha V$ das Potential der im Isolator influenzierten Electricität auf die leitende Platte. Die Grösse α ist somit das Maass der Influenz im Isolator, es ist das Potential der im Isolator influenzierten Electricität auf die influenzirende Platte, wenn dieselbe bis zum Potentialwerth Eins geladen ist. Ist der Zwischenraum zwischen

den leitenden Platten nicht ganz mit dem betreffenden Isolator ausgefüllt, so geht das Potential V_1 über in V_2 , so dass:

$$V_2 = V(1 - a)$$

worin $a < \alpha$. Ist der Abstand der leitenden Platten von den Flächen des Isolators nicht zu gross, nicht grösser als dass für diesen Abstand noch die Theorie des plattenförmigen Ansammlungsapparates in der einfachen Form angewandt werden kann, dass man also die Abstände der Flächen als hinreichend klein gegen den Durchmesser der Platten ansehen darf, so kann man setzen:

$$a = \alpha \frac{\delta_1}{\delta}$$

wenn δ der Abstand der leitenden Platten und δ_1 die Dicke des Isolators ist. Dieser Gleichung liegt nur die Annahme zu Grunde, dass die im Isolator durch Influenz geschiedenen Electricitäten sich auf den beiden den leitenden Flächen parallelen Grenzflächen des Isolators befinden. Aber selbst, wenn man diese Annahme nicht ohne weiteres zugeben will, bleibt obige Gleichung bestehen, wenn man a als das Maass des electrischen Zustandes der Grenzflächen des Isolators definiert, welcher nach aussen, resp. auf die influenzirende Platte genau so wirkt, wie die im Isolator durch Vertheilung wirklich geschiedene Electricität. Man wird daher stets, wenn $\delta - \delta_1$ nur hinreichend klein ist, aus einem beobachteten Werthe a den Werth von α aus der Gleichung:

$$\alpha = a \frac{\delta}{\delta_1}$$

berechnen können. Es genügt somit die Grösse a bei verschiedener Dauer der Influenz zu beobachten.

Die hierdurch gegebene Methode zur Bestimmung der Influenz in Nichtleitern habe ich in zwei verschiedenen Formen angewandt. Die eine derselben stimmt im wesentlichen überein mit derjenigen, nach welcher ich die Influenz in Flüssigkeiten gemessen habe. Das Potential einer elec-

trisirten, als Collectorplatte dienenden, mit dem Sinus-electrometer verbundenen Platte wurde gemessen, wenn zwischen den Platten des Ansammlungsapparates Luft war, und wenn die Luft zum Theil durch eine isolirende Platte ersetzt war. Die Condensatorplatte des Ansammlungsapparates lag auf dem Glasring des in meiner Mittheilungen über die Influenz auf Flüssigkeiten erwähnten, ganz aus Glas hergestellten Gefäßes. Mit Hülfe von Stellschrauben, die in der Bodenplatte des Gefäßes angebracht waren, konnte diese, durch einen Draht mit den Gasleitungen des Laboratoriums leitend verbundene Platte genau horizontal gestellt werden. Auf diese Platte wurden die verschiedenen isolirenden Platten gelegt, welche möglichst genau planparallel hergestellt waren, so dass also auch die obere Fläche des Isolators möglichst genau horizontal war. Ueber der Condensatorplatte resp. der isolirenden Platte schwebte, an dem ebenfalls in der erwähnten Mittheilung beschriebenen Galgen befestigt, die Collectorplatte, welche durch einen äusserst feinen, etwa 0.05 Mm. dicken Golddraht mit dem Sinuselectrometer verbunden war. Die Platte konnte an dem Galgen auf und niedergelassen werden; in ihrer höchsten Stellung war sie von der abgeleiteten Platte, resp. der oberen Fläche des Isolators etwa 12 Ctm. entfernt. Ihre tiefste Lage war durch eine feine an dem Galgen befestigte Schraube, in welche die Tragschnüre eingehakt wurden, verstellbar, und sie konnte so in einem genau bestimmmbaren Abstande über der Condensatorplatte oder der oberen Fläche der isolirenden Platte festgestellt werden. Dieser Abstand wurde gemessen durch ein Glasgitter, welches in dem Oculare eines Mikroskopes angebracht war; das Mikroskop war so eingestellt, dass der Abstand der Theilstriche des Gitters 0.059 Mm. bedeutete. Um sich zu überzeugen, dass die obere Platte der unteren resp. der oberen Fläche der isolirenden Platte parallel war, wurden die entsprechenden Abstände in zwei zu einander senkrechten Richtungen gemessen. Damit diese Messungen gemacht werden konnten, war bei den

meisten Versuchen der Durchmesser der isolirenden Platten genau gleich demjenigen der leitenden Platten gemacht, nämlich 11.5 Ctm.

Es wurde nun die obere in ihrer höchsten Lage schwebende Platte mit Electricität geladen und das Potential einige Zeit am Electrometer verfolgt, um so den Electricitätsverlust kennen zu lernen und das Potential im Momente des Herablassens über den Isolator bestimmen zu können. Nach dem Herablassen der Platte wurde dann so rasch wie möglich, meistens schon nach 20 Secunden wieder das Potential am Sinuselectrometer beobachtet, und dann der Gang desselben in bestimmten Intervallen beobachtet. Nach hinreichender Zeit wurde dann die Platte wieder emporgezogen und das Potential der freischwebenden Platte gemessen. Diese letzte Beobachtung hatte hauptsächlich den Zweck den Electricitätsverlust während der Dauer des Versuches in Rechnung zu ziehen, wie ich das in meiner Mittheilung über den electrischen Rückstand auseinandergesetzt habe.¹⁾ Indem man die allerdings nur annähernd richtige Voraussetzung macht, dass der Verlust in gleichen Zeiten dem in der betreffenden Zeit vorhandenen Potential proportional ist, lässt sich aus der unmittelbar vor dem Niederlassen der Platte und nach dem Aufziehen derselben gemachten Beobachtung das Potential der Platte für jeden zwischen diesen Beobachtungen liegenden Zeitpunkt berechnen.

Die Beobachtung wurde dann damit geschlossen, dass nach Fortnahme der isolirenden Platte die electrische Platte wieder in die frühere Lage herabgelassen und so das Potential derselben gemessen wurde, wenn zwischen den beiden Platten des Condensators Luft vorhanden war.

3.

Die so gemessenen Potentiale, wenn zwischen den Platten des Condensators der Isolator eingeschoben, und

¹⁾ Pogg. Ann. CLIII. p. 22.

wenn der Raum zwischen denselben mit Luft gefüllt ist, lassen nicht unmittelbar die Grösse α , wie sie oben definiert ist, ableiten. Es würde das nur dann der Fall sein, wenn die im Electrometer, welches mit der Platte leitend verbunden ist, vorhandene Electricitätsmenge gegen die in der Platte vorhandene verschwindend klein wäre. Ist das nicht der Fall, so fliesst aus dem Electrometer Electricität in die Platte hinüber, sobald in der Collectorplatte das Potential vermindert wird, und um so mehr, je mehr das Potential vermindert wird, da in leitend verbundenen Körpern das Potential überall denselben Werth haben muss. Da nun der Einfluss des Isolators auf die Collectorplatte eine Verminderung des Potentials in derselben bewirkt, so fliesst aus dem Electrometer eine grössere Menge von Electricität in dieselbe, wenn sich der Isolator zwischen den Platten befindet, als wenn der Zwischenraum mit Luft gefüllt ist. Es entspricht also das bei Zwischenlegung des Isolators gemessene Potential der Collectorplatte einer grösseren in derselben vorhandenen Electricitätsmenge als jenes, welches gemessen wird, wenn der Zwischenraum mit Luft gefüllt ist.

Es hat indess keine Schwierigkeit, auf Grund bekannter Sätze die Grösse α aus diesen Beobachtungen abzuleiten, wenn man weiss, wie sich bei freischwebender Collectorplatte eine electrische Ladung zwischen dieser und dem Electrometer theilt, welches also das Verhältniss zwischen den Capacitäten der Platte und des Electrometers ist, wenn man in bekannter Weise als Capacität eines electrischen Systems jene Electricitätsmenge bezeichnet, welche dasselbe enthält, wenn es bis zum Potentialwerthe Eins geladen ist.

4.

Das Verhältniss zwischen den Capacitäten der Collectorplatte und des Electrometers erhält man direct, wenn man zunächst das Electrometer isolirt ladet, das Potential der Ladung beobachtet, dann dasselbe durch einen

feinen Draht mit der Collectorplatte in Verbindung setzt und wieder das Potential misst, nachdem die dem Electrometer ertheilte Ladung sich zwischen diesem und der Platte getheilt hat. Bezeichnet man die Capacität des Electrometers mit E , so ist die einem beobachteten Potential V entsprechende in demselben enthaltene Electricitätsmenge Q :

$$Q = E \cdot V.$$

Verbindet man dann das Electrometer durch einen feinen Draht mit der Platte, so theilt sich die Electricität zwischen Platte und Electrometer, vorausgesetzt, dass wir einen Draht von solcher Feinheit wählen, dass wir die auf diesen übergehende Electricität als verschwindend klein ansehen können. Beobachtet man dann im Electrometer das Potential V_1 , so wird, wenn man die Capacität der Platte mit P bezeichnet:

$$Q = (E + P) V_1,$$

somit:

$$\frac{P}{E} = \frac{V}{V_1} - 1.$$

Zur Bestimmung dieses Verhältnisses wurde in der angegebenen Weise verfahren. Der äusserst feine Verbindungsdräht zwischen Electrometer und Collectorplatte wurde an ein feines Schellackstäbchen gekittet und vom Electrometer losgenommen, und dann das Electrometer geladen. Nachdem der Stand der Nadel im Sinuselectrometer beobachtet war, wurde der Verbindungsdräht in das Electrometer eingehängt, und wieder der Stand der Nadel beobachtet. Dass durch das Schellackstäbchen keine Ableitung der Electricität eintrat, davon überzeugte man sich dadurch, dass eine Berührung desselben mit der Hand, nachdem der Verbindungsdräht mit dem Electrometer verbunden war, den Stand der Nadel im Electrometer nicht veränderte. Zwei Beobachtungen ergaben folgende Werthe:

Zeit	Ablenkung φ d. Nadel	$\frac{1}{2} \log \sin \varphi$	Zeit	Ablenkung φ d. Nadel	$\frac{1}{2} \log \sin \varphi$
0'	56° 24'	0.96072 - 1	0'	19° 44'	0.76423 - 1
0' 20"	56° 10'	0.95971 - 1	0' 30"	19° 44'	0.76423 - 1
0' 40"	55° 46'	0.95869 - 1	1'	19° 44'	0.76423 - 1
1' —	— —	0.95768 - 1 = $\log V^1$	1' 30"	— —	0.76423 - 1 = $\log V^1$
2' —	20° 46'	0.77484 - 1	2'	8° 24'	
3' —	20° 45'	0.77484 - 1 = $\log V_1$	3'	8° 24'	0.58230 - 1 = $\log V_1$
		$\frac{P}{E} = 0.523$			$\frac{P}{E} = 0.520.$

1) Moment der Berührang.

Zwei andere in derselben Weise durchgeföhrte Versuche ergaben:

$$\frac{P}{E} = 0.512$$

$$\frac{P}{E} = 0.516.$$

Der so bestimmte Werth von $\frac{P}{E}$ lässt sich durch Versuche leicht controliren. Lässt man die Collectorplatte bis auf eine bestimmte Entfernung von der Condensatorplatte hinab, so wächst ihre Capacität, da durch die in der abgeleiteten Platte influencirte Electricität bei gleicher Ladung der Collectorplatte das Potential in derselben Weise vermindert wird. Verfährt man nun bei herabgelassener Collectorplatte gerade so wie vorher bei frei schwebender, so erhält man zunächst das Verhältniss zwischen der Capacität der über der Condensatorplatte schwebenden Collectorplatte P_1 und derjenigen E des Electrometers:

$$1 + \frac{P_1}{E} = \frac{V}{V_1};$$

Bestimmt man dann zweitens das Potential V' der Platte, nachdem sie aufgezogen ist, also frei schwebt, für dieselbe Ladung, bei welcher sie in der eben genommenen Entfernung über der Condensatorplatte das Potential V_1 hatte, so erhalten wir für die in dem Systeme bei diesen

beiden Beobachtungen vorhandene Electricitätsmenge die beiden Gleichungen:

$$Q = (E + P_1) \cdot V_1 \quad Q = (E + P) \cdot V'$$

und daraus:

$$\frac{1 + \frac{P}{E}}{1 + \frac{P_1}{E}} = \frac{V_1}{V'}$$

oder:

$$1 + \frac{P}{E} = \frac{V_1}{V'} \cdot \frac{V}{V_1}.$$

So ergab sich, als die Collectorplatte in einem Abstande von 13.12 Mm. über der Condensatorplatte schwebte, bei drei Versuchen:

$$1 + \frac{P_1}{E} = \frac{V}{V_1} = 1.992; 1.986; 1.991.$$

Mittel 1.9897.

Das Verhältniss zwischen dem Potential der herabgelassenen und der frei schwebenden Platte ergaben zwei Versuche:

$$\frac{V_1}{V'} = 0.7644; 0.7613. \text{ Mittel } 0.7628 \text{ und daraus}$$

$$1 + \frac{P}{E} = 1.518.$$

Als Mittel aus diesen und anderen Versuchen ergab sich schliesslich:

$$1 + \frac{P}{E} = 1.513.$$

5.

Wie man nun mit Hülfe des so bestimmten Werthes von $\frac{P}{E}$ aus den oben angegebenen Versuchen den Werth von a ableiten kann, ergibt sich unmittelbar. Die Beobachtungen ergeben erstens das Verhältniss zwischen den Werthen des Potentials, wenn die Collectorplatte in einem bestimmten Abstande über der Condensatorplatte schwebt, während der Zwischenraum mit Luft gefüllt ist, V_1 , und

wenn die Platte freischwebt, V' . Daraus erhält man wie oben:

$$\frac{E + P_1}{E + P} = \frac{V}{V_1} = A;$$

also für die Capacität P_1 :

$$\frac{P_1}{E} = A \left(1 + \frac{P}{E} \right) - 1.$$

Die Beobachtungen ergeben zweitens das Verhältniss zwischen dem Potential V_2 der Platte, wenn sie in derselben Entfernung über der Collectorplatte schwebt, aber der Isolator dazwischen geschoben ist, und dann der freischwebenden Platte V' . Nennen wir die Capacität der über dem Isolator schwebenden Platte P_2 , so erhalten wir:

$$\frac{E + P_2}{E + P} = \frac{V'}{V_2} = B; \quad \frac{P_2}{E} = B \left(1 + \frac{P}{E} \right) - 1.$$

Da nun die Zwischenlagerung des Isolators das Potential der von der Verbindung mit dem Electrometer losgelösten Collectorplatte, auf welche sich die Capacitäten P beziehen, bei gleicher in derselben vorhandenen Electricitätsmenge nach der Bemerkung des §. 2 von 1 auf $1 - a$ vermindert, so folgt, dass zur Herstellung des gleichen Potentials bei zwischengelegtem Isolator die der Collectorplatte zu gebende Electricitätsmenge im Verhältniss von $1 : 1 - a$ vergrössert werden muss, oder mit anderen Worten, die Capacität der Platte P_2 ist gegeben durch:

$$P_2 = \frac{P_1}{1 - a}.$$

Durch diese Bestimmung von P_2 ergibt sich dann:

$$\frac{1}{1 - a} = \frac{B \left(1 + \frac{P}{E} \right) - 1}{A \left(1 + \frac{P}{E} \right) - 1}.$$

Setzen wir nun:

$$\frac{1}{1 + \frac{P}{E}} = D,$$

so ergibt sich:

$$1 - a = \frac{A - D}{B - D}$$

und schliesslich:

$$a = \frac{B - A}{B - D}$$

oder nach der oben gemachten Bestimmung von D für die vorliegenden Versuche:

$$a = \frac{B - A}{B - 0.6605}.$$

6.

Die in den vorigen §§. beschriebene Methode misst die Änderung, welche das Potential einer über dem Isolator schwebenden leitenden Platte bei nahezu gleicher Electricitätsmenge mit wachsender Zeit erfährt, indem man die der verschiedenen Dauer der Einwirkung entsprechenden Werthe von B misst. Die Methode hat in ihrer experimentellen Durchführung zwei Uebelstände, welche den für die Influenzirung des Isolators gefundenen Werthen einigen Eintrag thut. Da mir zur Messung des zeitlichen Verlaufs der Potentiale kein anderer Messapparat als das Sinuselectrometer zu Gebote stand, und da die Art der Versuche bei jeder Reihe die Verwendung nur einer Nadel gestattete, so musste der Collectorplatte bei dem Beginne der Versuche eine ziemlich starke Ladung gegeben werden, weil sonst nach herabgelassener Platte die Ablenkungen der Nadel zu klein, somit die Beobachtungen zu unsicher geworden wären. Dabei zeigte sich, dass in der Regel etwas Electricität auf die Glasstäbchen überging, an denen die Collectorplatte schwebt. Diese Electricität kehrte dann auf die Collectorplatte zurück, wenn dieselbe herabgelassen und durch die Condensatorplatte und die Wirkung des Isolators das Potential in der Platte vermindert wurde. Dieses Zurückfliessen von Electricität gab sich, besonders dann, wenn bei dem Herablassen eine starke Verminderung des Potentials eintrat,

dadurch zu erkennen, dass trotz der mit der Zeit wachsenden Influenz im Isolator das Potential auf der Collectorplatte in den ersten Minuten nur wenig oder gar nicht abnahm, zuweilen sogar nach der ersten, 20 bis 30 Secunden nach dem Niederlassen erfolgten Beobachtung in geringem Grade wieder zunahm. Es folgt daraus, dass in den ersten Minuten das Potential der herabgelassenen Platte gegenüber dem vorher an der freischwebenden Platte beobachteten resp. mit Berücksichtigung des Electricitätsverlustes aus demselben berechneten etwas zu gross ist. Damit wird der Werth von B und mit diesem, weil A stets grösser als D ist, der berechnete Werth von a etwas zu klein.

Der zweite Umstand, der den Gang der Influenz im Isolator etwas unsicher macht, ist die Bestimmung des Electricitätsverlustes von der Collectorplatte während der Dauer des Versuches. Wie vorhin erwähnt wurde, wird dazu die Ladung der Platte beim Beginn und am Schlusse des Versuches beobachtet. Letztere Beobachtung gibt gegenüber der ersten den ganzen während der Dauer des Versuches stattfindenden Verlust an. Um nun die Ladung der Platte für die zwischenliegenden Zeiten zu berechnen, wurde die Annahme gemacht, dass der Verlust in gleichen Zeiten immer der gleiche Bruchtheil der im Beginne der Zeiten vorhandenen Ladung sei, dass also, wenn man den Verlust als Folge der Zerstreuung ansehen würde, der Zerstreuungscoefficient während der Versuchsdauer constant sei. Diese Annahme kann nur angenähert richtig sein, da der Verlust keineswegs mit einer solchen Regelmässigkeit erfolgt; eben deshalb können die beobachteten Werthe den Gang der Influenz im Isolator nur im grossen und ganzen darlegen.

Schliesslich kann man nach dieser Methode eben wegen des Electricitätsverlustes die Influenz nicht beliebig lange verfolgen, da die zu messenden Winkel schliesslich zu klein und damit, bei der mit dem Sinuselectrometer zu erreichenden Genauigkeit, die Messungen zu ungenau werden.

7.

Den ersten und letzten Uebelstand habe ich dadurch zu heben versucht, dass ich noch eine zweite Methode zur Messung der Grösse a angewandt habe, bei welcher die Platte stets bis zu demselben Potential geladen wurde, wenn sie über der Condensatorplatte schwebte, sei es mit, sei es ohne Zwischenschaltung des Isolators.

Als Electricitätsquelle wurde zu dem Zwecke eine Batterie von 12 Meidinger'schen Elementen angewandt, deren einer Pol zur Erde abgeleitet war, und dann die Electricitätsmenge gemessen, welche die Collectorplatte aufnahm, einmal wenn zwischen ihr und der Condensatorplatte sich Luft befand, dann wenn zwischen beiden Platten der Isolator lag.

Als Messapparat wurde ein Kohlrausch'sches Torsionselectrometer von grosser Empfindlichkeit angewandt, und die Ladung stets so gemessen, dass man durch Torsion des Glasfadens der Nadel des Electrometers die Ablenkung von 10° ertheilte. Ich zog diese Beobachtungsweise der Benutzung einer für das Electrometer entworfenen Tabelle vor, welche aus den Beobachtungen der durch die Ladungen bewirkten Ablenkungen der Nadel, wenn man den Faden in der Torsionslage Null stehen lässt, die Ladungen bestimmt, weil diese directe Beobachtung besonders bei grösseren Ladungen jedenfalls genauer ist. Zur Durchführung der Versuche waren auf einem Fussbrette von trockenem Holze vier Schellacksäulchen, jedes etwa 6 Ctm. hoch, an den vier Ecken eines Quadrates aufgestellt. Die Säulchen trugen eiserne Näpfchen, welche zur Hälfte mit Quecksilber gefüllt waren. In das Quecksilber tauchten gut amalgamirte Kupferdrähte, welche die Quecksilbernäpfchen mit den einzelnen Theilen der Apparate in Verbindung setzten. So stand das eine der Näpfchen durch einen Draht in Verbindung mit dem einen Pole der Batterie; der Draht war ausser in dem Näpfchen und an dem Batteriepole noch an einem Punkte durch

ein Schellackstäbchen gestützt, sonst berührte er nirgends einen anderen Körper, er war also gut isolirt. Das diesem Näpfchen diagonal gegenüberstehende war in ganz gleicher Weise ein für allemal fest mit dem Zuleitungsdrahte des Electrometers verbunden. In das dritte Näpfchen war ein ziemlich dicker Kupferhaken eingesetzt und an diesen war der zur Collectorplatte führende, im übrigen frei in der Luft schwebende feine Golddraht angelöthet. Von dem vierten Näpfchen war ebenso wie von dem zweiten Pole der Batterie ein Draht zu den Gasleitungen des Laboratoriums geführt. Die Verbindung zwischen den Näpfchen wurde durch Kupferhaken vermittelt, welche an Schellackstäbchen befestigt waren, und welche theils die Länge der Quadratseiten theils die Länge der Diagonalen hatten. Bezeichnen wir die Näpfchen mit 1, 2, 3, 4, so dass 1 mit der Batterie, 2 mit der Collectorplatte, 3 mit dem Electrometer, 4 mit der Erde in leitender Verbindung steht.

Die Näpfchen 2 und 3 waren bei den Versuchen, welche zur Messung der Grösse a dienten, stets durch einen und denselben Kupferhaken verbunden; dieselben hätten soweit durch ein Näpfchen ersetzt werden können, welches einerseits mit dem Electrometer andererseits mit der Collectorplatte verbunden gewesen wäre; die Anwendung zweier Näpfchen war indessen zur Bestimmung des Verhältnisses zwischen den Capacitäten der Collectorplatte und des Electrometers bequemer.

Zur Bestimmung der Influenz in dem Isolator wurde nun zunächst die Collectorplatte bis zu einer gewissen genau bestimmten Entfernung von der abgeleiteten Condensatorplatte herabgelassen und dann durch einen Kupferhaken das Näpfchen 1 mit 3 verbunden. Dadurch wurde das Electrometer sowohl als die Collectorplatte bis zu dem Potentialwerthe des Batteriepoles geladen. Es wurde die Ladung resp. das Potential derselben im Electrometer gemessen, dabei aber während der Messung die Verbindung der Collectorplatte mit dem Batteriepole fortduern

gelassen, damit nicht durch etwaigen Electricitätsverlust während der Zeit, welche die Messung in Anspruch nahm, die Ladung der Platte kleiner wurde. Die Messung wurde, wie oben erwähnt, so ausgeführt, dass der Glasfaden des Electrometers so weit tordirt wurde, bis die Nadel mit dem Bügel einen Winkel von 10° bildete.

Nach der Messung wurde der Bügel des Electrometers wieder mit der Nadel zur Berührung gebracht, dann die Verbindung der Collectorplatte mit der Batterie aufgehoben, die Collectorplatte aufgezogen und nun im Electrometer das Potential der freischwebenden Platte gemessen. Um sich zu überzeugen, dass die Ladung der Collectorplatte, wenn zwischen ihr und der Condensatorplatte nur Luft war, durch eine länger dauernde Verbindung mit dem Batteriepole nicht grösser wurde, liess man dann die leitende Verbindung zwischen Collectorplatte und Batteriepol nur 1 Secunde dauern, und maass sofort nach dem Emporziehen das Potential der freischwebenden Platte. Es liess sich bei allen in der Weise durchgeführten Versuchen niemals eine Zunahme der Ladung der Platte durch länger dauernde Verbindung erkennen. Es wurde dann, nachdem sämmtliche Apparate entladen waren, die isolrende Platte zwischen die Condensatorplatte und die Collectorplatte gelegt, während der Abstand der beiden Platten genau der frühere war. Dann wurde die Collectorplatte und das Electrometer eine genau bestimmte Zeit mit dem Batteriepole in Verbindung gebracht, nach Unterbrechung der Verbindung die Collectorplatte aufgezogen, und sofort die von ihr aufgenommene Ladung im Electrometer gemessen.

Die beiden Versuche geben in genau derselben Weise, wie die nach der ersten Methode berechnet, vorausgesetzt, dass man das Verhältniss zwischen den Capacitäten der freischwebenden Platte und des Electrometers mit den zu demselben führenden Leitungen kennt, die Influenz des Isolators resp. die Grösse a , welche der Dauer der Verbindung zwischen Collectorplatte und Batteriepol entspricht. Denn nennen wir das Potential des Batteriepols V ,

das der aufgezogenen Platte, nachdem sie ohne Zwischen-schaltung des Isolators geladen war, V_1 , das nach Zwischen-schaltung des Isolators V_2 , behalten im übrigen ganz die vorher gewählte Bezeichnung bei, nur dass jetzt E die Capacität des Electrometers mit der zur Collectorplatte führenden Leitung bedeutet, so erhalten wir für die bei dem ersten Versuche in die Collectorplatte übergeflossene Electricitätsmenge:

$$Q = (E + P_1) V \quad Q = (E + P) V_1$$

somit:

$$1 + \frac{P_1}{E} = \frac{V_1}{V} \left(1 + \frac{P}{E}\right) = A \left(1 + \frac{P}{E}\right) = \frac{A}{D}.$$

Für die bei dem zweiten Versuche in die Collectorplatte übergeflossene Electricitätsmenge wird:

$$1 + Q_1 = \left(E + \frac{P_1}{1-a}\right) V \quad Q_1 = (E + P) V_2$$

$$1 + \frac{P_1}{(1-a) E} = \frac{V_2}{V} \left(1 + \frac{P}{E}\right) = B \left(1 + \frac{P}{E}\right) = \frac{B}{D}.$$

Somit wie früher:

$$a = \frac{B - A}{B - D}.$$

8.

Es bedarf demnach zur Berechnung von a nur mehr der Bestimmung von D ; zur Ausführung derselben wurde zunächst das Electrometer mit einer ziemlich starken Ladung versehen, indem man die Collectorplatte bei kleinem Abstande von der Condensatorplatte lud, und dann durch Aufziehen der Platte die Ladung in das Electrometer überführte. Dann wurde die Verbindung der Näpfchen 2 und 3 unterbrochen und die Collectorplatte mit der zu ihr führenden Leitung bis zum Näpfchen 3 entladen. Nachdem dann die Ladung des Electrometers und des ein für allemal mit demselben fest verbundenen Theiles der Leitung gemessen war, wurde die Verbindung zwischen den Näpfchen 2 und 3 hergestellt und nun die zurückgebliebene

Ladung gemessen. Dieser Versuch liefert das Verhältniss zwischen den Capacitäten des Electrometers mit dem an demselben unveränderlich festen Leiterstücks und der Collectorplatte in Verbindung mit der Leitung bis zum Näpfchen 3. Bezeichnen wir mit P die Capacität der Platte, mit L diejenige der Leitung zwischen Platte und dem Näpfchen 3, mit E_1 die des Electrometers und des an ihm festen Leitertheils, so geben die beiden Versuche für die im Electrometer und in der an demselben festen Leitung bei der ersten Messung vorhandene Electricitätsmenge Q :

$$Q = E_1 V \quad Q = (E_1 + P + L) V_1$$

$$1 + \frac{P + L}{E_1} = \frac{V}{V_1} = p.$$

Zur Bestimmung der Capacität L der Leitung, welche aus dem die Näpfchen 2 und 3 verbindenden Kupferdraht, dem Näpfchen 2 und der von diesem zur Collectorplatte führenden Verbindung bestand, wurde die Leitung von der Collectorplatte losgenommen, und dann eine dem Electrometer ertheilte Ladung zwischen diesem und der Leitung getheilt. Man erhielt so:

$$1 + \frac{L}{E_1} = q.$$

Die in die Gleichung zur Berechnung von a eingehende Grösse E ist die Summe der Capacitäten des Electrometers und der die Collectorplatte mit dem Electrometer verbindenden Leitung, welche bei allen Lagen der Collectorplatte constant gesetzt werden kann, da die Platte mit denjenigen Theilen der Leitung, welche eine merkliche Capacität besitzen, durch den feinen Golddraht verbunden war. Die beobachteten Werthe von p und q geben unmittelbar:

$$\frac{P}{L + E_1} = \frac{P}{E} = \frac{p - q}{q}.$$

Bei den Messungen zur Bestimmung von p und q wurde, um den Electricitätsverlust, der etwa in der Leitung

tung vom Näpfchen und zum Electrometer während der Messung stattfand, in Rechnung zu ziehen, die Messung der Ladung des Electrometers in bestimmten Zeiträumen mehrfach wiederholt, indem nach einer durchgeföhrten Messung der Bügel wieder zur Nadel des Electrometers gehoben wurde. Dann wurde in einem bestimmten Momente das Electrometer mit der Leitung verbunden und gleichzeitig der Bügel mit der Nadel zur Berührung gebracht. Wie nothwendig dieses Verfahren war, trotzdem die Leitung nur an zwei Punkten leicht an Schellack-säulchen gekittet, im übrigen durch die Luft geföhrert war, zeigt z. B. folgender Versuch zur Bestimmung von p .

Zeit	Torsion T des Electrm.-Fadens	Potentialwerth $\log V = \log \sqrt[10]{T}$	A
0'	612°	0.89337	
3'	586°	0.88395	0.00942
6'	561°	0.87448	0.00947
9'	161°	0.60341	Moment der Verbindung

$$\log p = 0.86503 - 0.60341 = 0.26162 = \log 1.826.$$

Wäre der Verlust nicht in Rechnung gezogen, so würde man aus diesem Versuche $p = 1.867$ erhalten haben.

In dieser Weise durchgeföhrt ergaben 9 Versuche für p die Werthe:

$$1.878 ; 1.879 ; 1.826 ; 1.863 ; 1.839 ; 1.856 ; \\ 1.861 ; 1.852 ; 1.879. \text{ Mittel } p = 1.8592.$$

Für q ergaben 5 Versuche:

$$1.467 ; 1.416 ; 1.425 ; 1.467 ; 1.449 \text{ Mittel } q = 1.445.$$

Hieraus ergibt sich:

$$1 + \frac{P}{E} = 1.286 \quad D = \frac{1}{1.286} = 0.7775$$

und schliesslich:

$$a = \frac{B - A}{B - 0.7775}.$$

9.

Dass nach der in den beiden letzten §§. beschriebenen Methode der erste und der letzte der vorhin erwähnten Uebelstände gehoben sind, erkennt man unmittelbar. Was zunächst den letzten Uebelstand der zu starken Abnahme des zu messenden Potentials angeht, so findet hier während des ganzen Versuches keine Abnahme statt, da die mit dem Batteriepole in fester Verbindung stehende Collectorplatte auf constantem Potential gehalten wird. Aber ebenso kann auch nach Aufheben der Verbindung der Collectorplatte mit der Batterie keine Electricität mehr auf die Collectorplatte hinfliessen, selbst wenn die Glasstäbchen während der Ladung etwas Electricität angenommen hätten, da das Potential auf der Platte jedenfalls grösser ist als auf den Glasstäbchen. Trotz des letzteren Umstandes ist aber doch kein Abfliessen der Electricität auf die Glasstäbchen, also eine Verminderung des Potentials auf der Platte nach dem Aufziehen, ein Umstand, der gerade den Fehler auch hier veranlassen würde, der vermieden werden soll, zu befürchten. Denn einmal ist die Ladung gegenüber der bei dem Sinuselectrometer anzuwendenden äusserst klein, und weiter nimmt das Aufziehen der Collectorplatte und das Ueberführen der Ladung in das Electrometer nur einen Bruchtheil einer Secunde in Anspruch, so dass selbst bei noch stärkerer Ladung ein messbares Abfliessen auf die isolirenden Stäbchen nicht stattfinden kann. Der auf diese Weise bestimmte Werth des Quotienten B gibt deshalb in der That genau den Werth des Quotienten der Potentiale, welche in der Collectorplatte vorhanden sind, wenn sie frei und wenn sie bei gleicher Ladung über dem Isolator auf der Condensatorplatte schwebt, so genau wie ihn diese Messungen überhaupt zu liefern im Stande sind.

Demnach könnte es auf den ersten Blick scheinen, dass auf diesem Wege auch der zweite der erwähnten Uebelstände gehoben werden könnte, dass man den Ver-

lauf der Influenz im Isolator in ihrer Abhängigkeit von der Zeit mit aller Sicherheit dadurch erhalten könnte, dass man die Verbindung der über dem Isolator schwappenden Collectorplatte mit der Batterie bei den einzelnen Versuchen erst eine, dann bei einem folgenden Versuche zwei Minuten u. s. f. dauern liesse. Es ergab sich indess bald, dass das nicht möglich ist, indem nach Ausweis der später mitzutheilenden Zahlen der Gang der Influenz in den Isolatoren zu verschiedenen Zeiten sehr verschieden sein kann. Es zeigt sich, dass die durch eine gleiche Dauer der Einwirkung hervorgebrachte Influenz in verschiedenen Zeiten sehr verschieden sein kann. Eine genauere Bestimmung des Ganges der Influenz als durch die Beobachtungen mit dem Sinuselectrometer war mir deshalb nicht möglich.

10.

Die für die Werthe von a erreichbare Genauigkeit ist hauptsächlich durch die Genauigkeit bestimmt, welche man bei der Messung von B erreicht, da man den Werth von A in jedem Falle, ebenso wie den von D als Mittel aus mehreren Messungen nehmen kann, während B jedesmal aus einem Versuche abzuleiten ist. Die in den früheren §§. mitgetheilten, zur Bestimmung von D ausgeführten Messungen, welche gerade wie diejenigen ausgeführt werden, die das einzelne B liefern, Messungen zweier Potentialwerthe, deren Quotient B ist, zeigen nun Schwankungen von 3—4%. Diese Schwankungen röhren besonders bei der zweiten Methode hauptsächlich daher, dass trotz der schon mehrfach hervorgehobenen sorgfältigen Isolation der Leitung, welche die Collectorplatte mit dem Electrometer verbindet, ein zu verschiedenen Zeiten verschiedener Verlust an Electricität stattfindet, selbst in der kurzen Zeit, während welcher die Ueberführung der Electricität aus der Collectorplatte in das Electrometer stattfindet. Man wird deshalb in den Werthen von B eine Ungenauigkeit von 2% annehmen müssen. Der Fehler, welcher dadurch

in a entsteht, hängt nach der Form der Gleichung ab von dem Werthe von B , und zwar wird er um so kleiner, je grösser B ist, damit also auch bei gleicher isolirender Substanz, je näher die Platten des Condensators sind oder je dünnerne Platten man untersucht. Indess erkennt man aus der Gleichung für a auch, dass die Unrichtigkeit in a immer ein kleinerer Bruchtheil von a ist, als die Ungenauigkeit in B , auch wenn man dickere Platten benutzt.

Da nun andere Gründe für die Anwendung dickerer Platten sprachen, so habe ich zur Bestimmung der Werthe von a vorzugsweise Platten von mehr als 3 Mm. Dicke angewandt. Bei zu dünnen Platten ist nämlich in den Werthen von B eine geringere Genauigkeit zu erreichen, da man dann, wenn das Potential der freischwebenden Platte nicht zu gross werden soll, bei niedergelassener Platte zu kleine Werthe anwenden muss oder bei der ersten Methode erhält, so dass eine genaue Messung weder am Sinuselectrometer noch am Torsionselectrometer möglich ist. Da gleich nach dem Niederlassen der Condensatorplatte bei dünneren Platten die Ablenkung der Nadel am Sinuselectrometer nur wenige (1—3) Grade betrug, liess sich der Gang der mit der Zeit wachsenden Influenz an diesen gar nicht mit Sicherheit bestimmen. Es konnten deshalb dazu im allgemeinen nur die dickeren Platten benutzt werden.

In anderer Beziehung ist ein grösserer Abstand der Platten sogar für die erreichbare Genauigkeit von Vortheil. Wenn nämlich auch der Werth von A als Mittel aus mehreren Beobachtungen erhalten wird, und dadurch eine geringere Unsicherheit bietet, so kann in demselben doch dadurch eine Ungenauigkeit entstehen, dass er nicht genau dem beobachteten Werthe von B entspricht, das heisst, dass der Abstand von Collector- und Condensatorplatte nicht genau derselbe ist, wenn die isolirende Platte sich zwischen denselben befindet, als wenn sie nicht dazwischenliegt. Denn so sorgfältig man auch den gleichen Abstand herzustellen sucht, ein kleiner Fehler ist bei den

Einstellungen nicht zu vermeiden. Dieser Einstellungsfehler hat nun auf den Werth von *A* einen um so geringeren Einfluss, je weiter die Platten von einander entfernt sind, da, sobald der Abstand einigermaassen gross geworden ist, das Potential der Platte in sehr viel langsamerem Verhältniss sich ändert als die Entfernung. Bei gleichem Einstellungsfehler ist also die dadurch bedingte Ungenauigkeit in *A* viel kleiner, wenn die Abstände der Platten grösser sind.

11.

Die untersuchten Substanzen sind Ebonit, Paraffin, Schellack, Schwefel und verschiedene an ihrer Oberfläche mit braunem Schellackfirniss überzogene Platten von Spiegelglas.

Die Ebonitplatten waren von der Gummiwaarenfabrik vormals Bolle, Elliot u. Cie. in Berlin erhalten, sie waren schön planparallele Platten mit ziemlich polirter Oberfläche und, wie abgeschnittene Proben zeigten, sehr homogen gearbeitet. Die Paraffinplatten waren aus einem grösseren Stücke Paraffins ausgeschnitten und dann durch Schaben auf die gewünschte Dicke gebracht; nur eine der dünneren Platten war durch erneuertes Schmelzen und Giessen dargestellt. Die Schellackplatten waren gegossen und dann auf der Drehbank bearbeitet. Um einen leichteren und homogeneren Guss zu erzielen, war dem Schellack etwas venetianischer Terpentin zugesetzt worden. Die Glasplatten waren aus Spiegelglasplatten herausgeschnitten und dann auf ihren Rändern abgeschliffen worden, so dass sie wie die übrigen Platten kreisförmig wurden und einen dem der leitenden Platten möglichst genau gleichen Durchmesser erhielten.

Die zu den Versuchen benutzten drei Schwefelplatten waren auf Glasplatten mit Papierrand gegossen und dann später durch Schaben bearbeitet, dass ihre Flächen planparallel wurden. Zwei derselben hatten denselben Durch-

messer wie die leitenden Platten, die dritte mehr als den doppelten Durchmesser.

Die auf diese Weise erhaltenen Schwefelplatten waren nicht durchweg von gleicher Dichte, sondern besonders die beim Guss obere Hälfte der Platte zeigte eine Menge kleiner Löcher. Um wenigstens angenähert zu bestimmen, inwieweit der von der Schwefelplatte umschlossene Raum wirklich mit Schwefel ausgefüllt war, wurde das Gewicht einer der Platten verglichen mit demjenigen, welches sie als ganz homogene Schwefelplatte hätte haben müssen. Die Platte hatte einen Durchmesser von 11.6 Ctm. und eine Dicke von 1.034 im Mittel aus einer grossen Zahl mit dem Sphärometer vorgenommener Messungen, welche im Maximum eine Differenz von 0.06 Mm. zeigten. Da das specifische Gewicht des Schwefels 2.033 ist, so hätte das Gewicht der Platte im Falle voller Homogenität 222.16 Gr. sein müssen. Es fand sich statt dessen 211.99 Gr., so dass also etwa 0.05 des Raumes nicht mit Schwefel ausgefüllt war.

Die Platten der übrigen Substanzen waren ohne derartige Discontinuitäten.

Die Dicke der Platten mit Ausnahme derjenigen der grossen Schwefelplatte wurde mit einem von den Herren Hermann und Pfister in Bern construirten Sphärometer gemessen, welches ich im 1. Bande meiner Experimentalphysik p. 21 ff. (3. Aufl.) beschrieben und abgebildet habe. Dasselbe gestattet auch bei Platten die Dicke an verschiedenen Stellen mit der grössten Genauigkeit zu messen, indem man die Platten auf dem etwa 1 Ctm. Durchmesser habenden Tisch verschiebt und durch Auflegen kleiner Gewichte auf der Seite, wo die Platte den Tisch am wenigsten überragt, balancirt. In dieser Weise wurde die Dicke der Platten an 12 bis 15 Stellen gemessen und aus den gemessenen Werthen, in denen sich nicht 0.2 Mm. übersteigende Unterschiede fanden, das Mittel genommen.

Ueber den Einfluss der Dicke des Isolators auf den
Gang der Influenz in demselben.

12.

Kohlrausch hat in seiner Untersuchung über den electricischen Rückstand in der Leydner Flasche¹⁾ es als wahrscheinlich hingestellt, dass die Grösse des Rückstandes wesentlich von der Dicke des Glases abhängt, und zwar derart, dass das dickere Glas den grösseren Rückstand hervorbringt. Er fand nämlich, dass von zwei Flaschen, deren eine ungefähr die dreifache Glasdicke der anderen hatte, die mit dem dickeren Glase etwa einen dreimal so grossen Rückstand bildete als die dünneren. In der dickeren war der Rückstand 0.3052, in der dünneren 0.1180 der ursprünglichen Ladung. Indess erklärt Kohlrausch selbst den Versuch für nicht vollkommen entscheidend, da die beiden Flaschen von verschiedenem Glase waren und die Grösse des Rückstandes offenbar von der Sorte des Glases sehr wesentlich abhängt.

Hr. von Bezold hat dann später²⁾ eine Anzahl Franklin'scher Platten untersucht, deren Gläser sämmtlich aus einem und demselben Hafen geblasen waren und gefunden, dass der Gang der sogenannten disponibeln Ladung für die Gläser verschiedener Dicke ein nicht unbedeutlich verschiedener ist. Er findet bei annähernd gleicher anfänglicher Ladung bei den dünneren Gläsern in gleichen Zeiten eine sehr viel stärkere Abnahme des Potentials, welches er an einem mit der Franklin'schen Platte verbundenen Sinuselectrometer beobachtet, als bei den dickeren Gläsern. So erhält er für 4 Platten folgende Werthe des Potentials:

1) Pogg. Ann. XCI. p. 81.

2) Pogg. Ann. CXXXVII. p. 228.

Zeit in Secunden	Werthe des am Sinuselectrometer beobachteten Potentials bei einer Glasdicke von			
	Mm.	Mm.	Mm.	Mm.
	3.76	3.13	2.12	1.65
0	9.60	9.46	9.26	8.68
60	—	—	—	1.45
61	2.74	—	—	—
69	—	—	1.76	—
125	1.92	—	1.25	—
126	—	—	—	0.89
128	—	1.79	—	—
205	1.38	—	—	—
206	—	—	—	0.44
207	—	1.28	—	—
211	—	—	0.81	—

In der That ist das gleichen Zeiten entsprechende Potential ein um so kleinerer Bruchtheil des anfänglichen, je dünner die Platte ist. Es zeigt sich also hier unzweifelhaft ein Einfluss der Dicken, indess in entgegengesetztem Sinne als es Kohlrausch vermutete; die Rückstandsbildung ist um so grösser, je dünner die Platte ist.

Ich habe in meinen Versuchen¹⁾ einen solchen Einfluss der Dicke nicht constatiren können, da er durch die Verschiedenheit der damals benutzten Gläser verdeckt wurde.

Hr. von Bezzold hat damals in diesen Beobachtungen einen Grund gesehen, gegen die von Kohlrausch vertheidigte Erklärung der Rückstandsbildung, nach welcher dieselbe durch die Influenz im Isolator zu Stande kommt, sich auszusprechen, indem er darauf hinwies, dass aus der Gleichung für den Werth des Potentials zwischen den leitenden Platten folgt, dass die Influenz von der Dicke der Platten unabhängig sein muss. Er glaubte deshalb, dass das bei Franklin'schen Platten von verschiedener Glasdicke am Sinuselectrometer zu beobachtende Potential, die so-

1) Pogg. Ann. CLIII. p. 22.

Ann. d. Phys. u. Chem. N. F. I.

Ueber den Einfluss der Dicke des Isolators auf den
Gang der Influenz in demselben.

12.

Kohlrausch hat in seiner Untersuchung über den electricischen Rückstand in der Leydner Flasche¹⁾ es als wahrscheinlich hingestellt, dass die Grösse des Rückstandes wesentlich von der Dicke des Glases abhängt, und zwar derart, dass das dickere Glas den grösseren Rückstand hervorbringt. Er fand nämlich, dass von zwei Flaschen, deren eine ungefähr die dreifache Glasdicke der anderen hatte, die mit dem dickeren Glase etwa einen dreimal so grossen Rückstand bildete als die dünnerne. In der dickeren war der Rückstand 0.3052, in der dünneren 0.1180 der ursprünglichen Ladung. Indess erklärt Kohlrausch selbst den Versuch für nicht vollkommen entscheidend, da die beiden Flaschen von verschiedenem Glase waren und die Grösse des Rückstandes offenbar von der Sorte des Glases sehr wesentlich abhängt.

Hr. von Bezold hat dann später²⁾ eine Anzahl Franklin'scher Platten untersucht, deren Gläser sämmtlich aus einem und demselben Hafen geblasen waren und gefunden, dass der Gang der sogenannten disponibeln Ladung für die Gläser verschiedener Dicke ein nicht unbedeutlich verschiedener ist. Er findet bei annähernd gleicher anfänglicher Ladung bei den dünneren Gläsern in gleichen Zeiten eine sehr viel stärkere Abnahme des Potentials, welches er an einem mit der Franklin'schen Platte verbundenen Sinuselectrometer beobachtet, als bei den dickeren Gläsern. So erhält er für 4 Platten folgende Werthe des Potentials:

1) Pogg. Ann. XCI. p. 81.

2) Pogg. Ann. CXXXVII. p. 228.

Zeit in Secunden	Werthe des am Sinuselectrometer beobachteten Potentials bei einer Glasdicke von			
	Mm.	Mm.	Mm.	Mm.
	3.76	3.13	2.12	1.65
0	9.60	9.46	9.26	8.68
60	—	—	—	1.45
61	2.74	—	—	—
69	—	—	1.76	—
125	1.92	—	1.25	—
126	—	—	—	0.89
128	—	1.79	—	—
205	1.38	—	—	—
206	—	—	—	0.44
207	—	1.28	—	—
211	—	—	0.81	—

In der That ist das gleichen Zeiten entsprechende Potential ein um so kleinerer Bruchtheil des anfänglichen, je dünner die Platte ist. Es zeigt sich also hier unzweifelhaft ein Einfluss der Dicken, indess in entgegengesetztem Sinne als es Kohlrausch vermutete; die Rückstandsbildung ist um so grösser, je dünner die Platte ist.

Ich habe in meinen Versuchen¹⁾ einen solchen Einfluss der Dicke nicht constatiren können, da er durch die Verschiedenheit der damals benutzten Gläser verdeckt wurde.

Hr. von Bezold hat damals in diesen Beobachtungen einen Grund gesehen, gegen die von Kohlrausch vertheidigte Erklärung der Rückstandsbildung, nach welcher dieselbe durch die Influenz im Isolator zu Stande kommt, sich auszusprechen, indem er darauf hinwies, dass aus der Gleichung für den Werth des Potentials zwischen den leitenden Platten folgt, dass die Influenz von der Dicke der Platten unabhängig sein muss. Er glaubte deshalb, dass das bei Franklin'schen Platten von verschiedener Glasdicke am Sinuselectrometer zu beobachtende Potential, die so-

1) Pogg. Ann. CLIII. p. 22.

genannte disponibile Ladung, stets derselbe Bruchtheil der ursprünglichen Ladung sein müsse.

Das ist indess nur der Fall, wenn die von der Franklin'schen Platte zu dem Sinuselectrometer führende Leitung und das Electrometer eine gegen diejenige der Franklin'schen Platte verschwindend kleine electrische Capacität haben. Sowie die Capacität der mit der Franklin'schen Platte in Verbindung stehenden leitenden Theile eine merkliche ist, muss bei gleicher Influenzwirkung auf den Isolator der Gang des Potentialwerthes ein ähnlicher sein, wie ihn Hr. von Bezold beobachtete. Es ergibt sich das unmittelbar aus der Gleichung, die wir in den früheren §§ für α oder, wenn der Zwischenraum zwischen den leitenden Platten ganz mit dem Isolator ausgefüllt ist, für α erhielten:

$$\alpha = \frac{B - A}{B - D}.$$

In dieser Gleichung ist, wie wir sahen, B der Quotient der Potentiale der freischwebenden und der auf dem Isolator liegenden, A der Quotient zwischen den Potentialen der freischwebenden und der in gleicher Entfernung über der Condensatorplatte schwebenden, aber statt des Isolators durch Luft von derselben getrennten Platte. Es folgt somit, dass:

$$\frac{1}{B} : \frac{1}{A} = \frac{A}{B} = L$$

die dem einer bestimmten Dauer der Einwirkung angehörenden Werthe von B entsprechende sogenannte disponibile Ladung ist. Entwickeln wir aus obiger Gleichung diesen Quotienten, so wird:

$$\frac{A}{B} = L = \frac{A(1-\alpha)}{A-\alpha D} = \frac{1-\alpha}{1-\alpha \frac{D}{A}}.$$

In dem Ausdrucke für L ist α das Maass der in gleichen Zeiten im Isolator bewirkten Influenz, somit wenn die Influenz von der Plattendicke unabhängig ist, für alle

Plattendicken dasselbe. D ist eine Constante des Apparates kleiner wie 1, aber grösser wie Null, sobald die Capacität des Electrometers nicht verschwindend klein gegen die Capacität der freischwebenden Collectorplatte ist. Der Werth von A wird dagegen um so grösser, je geringer der Abstand von Collectorplatte und Condensatorplatte ist, er nimmt also mit wachsender Plattendicke ab. Die Form obiger Gleichung lässt nun schon unmittelbar erkennen, dass bei gleichem α grösseren Werthen von A kleinere Werthe von L entsprechen, da der Zähler des Ausdrucks constant ist, der Nenner dagegen mit wachsendem A grösser wird. So würde sich z. B. bei den Capacitätsverhältnissen meiner Apparate und Plattendicken, welche denen, die Hr. von Bezold angewandt, ähnlich sind, für die am Sinuselectrometer beobachteten disponibeln Ladungen ergeben:

Für $\alpha = 0.5$ und einer Plattendicke von:

	Mm.	Mm.	Mm.
	3.53	2.65	1.77
L gleich	0.5909	0.5786	0.5565

Für $\alpha = 0.75$:

L gleich	0.3249	0.3138	0.3044.
------------	--------	--------	---------

Die von Hrn. von Bezold gefundenen Werthe geben allerdings viel grössere Unterschiede in den disponibeln Ladungen; will man nicht annehmen, dass die Werthe wesentlich von dem während der Versuche stattfindenden Electricitätsverlust beeinflusst sind, so würde aus diesen Werthen zu schliessen sein, dass trotz gleicher influencirender Kraft, die Influenz in dünneren Platten eine viel stärkere ist, als in dickeren Platten.

Der Versuch von Kohlrausch würde, wenn man den Unterschied in der Rückstandsbildung nicht der Verschiedenheit des angewandten Glases zuschreiben will, das gerade entgegengesetzte Resultat liefern, es müsste die Influenz in sehr viel stärkerem Verhältniss in den dickeren Platten wachsen, als in den dünnern. (Schluss folgt.)

**V. Ueber die thermoelectricischen Eigenschaften
des Gypses, des Diopsids, des Orthoklases, des
Albits und des Periklins; von W. Hankel.**

(Aus den Berichten der math. phys. Klasse der K. Sächs. Ges.
der Wiss. 1875 vom Herrn Verfasser mitgetheilt.)

In der 8. 9. und 10. Abhandlung meiner electricischen Untersuchungen habe ich die thermoelectricischen Eigenschaften des Topases, des Schwerspathes und des Aragonites, also dreier Mineralien, deren Krystalle dem rhombischen Systeme angehören und keinen Hemimorphismus zeigen, näher dargelegt; in der 11. wurden sodann die Beobachtungen der electricischen Vorgänge an vier sogenannten einaxigen Substanzen¹⁾, nämlich an zwei in hexagonalen oder rhomboedrischen Gestalten krystallisirenden, dem Kalkspathe und dem Beryll, und an zwei in den Formen des tetragonalen Systemes auftretenden, dem Iodokras (Vesuvian) und dem Apophyllite (Ichthyophthalm) mitgetheilt. In der zwölften Abhandlung,¹⁾ gehe ich nun zur Darlegung der thermoelectricischen Erscheinungen an solchen Mineralien über, deren Krystalle den schief-axigen Systemen, und zwar sowohl dem monoklinedoedrischen als auch dem triklinedoedrischen angehören, und behandle in derselben die Krystalle des Gypses, des Diopsids, des Orthoklases, des Albits und des Periklins. Ich werde mich jedoch hier auf eine Zusammenstellung der allgemeinen Resultate, zu welchen meine Untersuchungen geführt haben, beschränken, und bemerke nur, dass ich einen grossen Theil der untersuchten Krystalle auf den vier jener Abhandlung beigefügten Tafeln abgebildet, und die an

1) Dieselbe ist im XVIII. Bd. der Abhandl. der K. Sächs. Gesellsch. der Wissenschaften (11. Bd. der Abh. der math. phys. Klasse S. 475—539) erschienen.

den verschiedenen Stellen der Oberfläche dieser Krystalle beobachteten electricischen Spannungen in diese Abbildungen eingetragen habe. Dabei sind, wie dies auch der leichteren Uebersicht wegen früher von mir geschehen, die positiven und negativen Zonen durch Ueberdrucken mit verschiedenen Farben leicht kenntlich gemacht worden.

Der Kürze wegen gebe ich im Folgenden für alle Krystalle nur diejenige Vertheilung der beiden Electricitäten an, wie sie beim Erkalten auftritt; beim Erhitzen ist sie die gerade entgegengesetzte. Während die Gypskrystalle nur bis zu 98° C. erhitzt wurden, sind die Krystalle der übrigen Mineralien einer Temperatur von 130° bis 140° ausgesetzt worden.

I. Gyps.

Die Vertheilung der Electricität auf der Oberfläche der Gypskrystalle von den verschiedensten Fundorten ist sehr constant.

Auf den einfachen Krystallen sind beim Erkalten die Flächen $\infty P \infty$ negativ, dagegen die Flächen der verticalen Prismen ∞P und $\infty P 2$, sowie die Flächen der negativen Halbpyramide P positiv. Nur greift bisweilen, namentlich wenn die Flächen $\infty P \infty$ keine grosse Ausdehnung besitzen, die ihnen entsprechende negative Polarität mehr oder weniger auf die benachbarten Prismenflächen ∞P und $\infty P 2$ hinüber.

Durch die Zwillingsbildung, welche beim Gyps in zweifacher Weise (1, Zwillingsaxe die Hauptaxe, und 2, Zwillingsaxe die Normale auf dem negativen Hemidoma – $P \infty$) statt hat, wird, ebenso wie ich dies früher beim Aragonit nachgewiesen, die zuvor angegebene electriche Vertheilung nicht geändert.

Wird ein Gypskrystall parallel seinem vollkommensten Durchgange, also parallel dem klinodiagonalen Hauptschnitte oder den Flächen $\infty P \infty$ gespalten, so zeigen seine Theile ein analoges electrisches Verhalten¹⁾, wie bei

1) Nur mit entgegengesetzten Zeichen der Electricität.

zersprengten Topas- und Apophyllitkrystallen. Wird parallel der negativen Krystallfläche $\infty P \infty$ eine dünne Platte abgespalten, so ist die innere Spaltungsfläche dieser Platte positiv, während die am grossen Stücke befindliche Spaltungsfläche, welche an der zuvorgenannten angelegen hatte, negativ verbleibt, wenn auch schwächer als die Krystallfläche. Bei immer tieferem Eindringen der Spaltungsfläche gegen die Mitte des Krystalles hin nimmt diese negative Spannung auf der Durchgangsfläche am grösseren Stücke ab, bis sie bei einer gewissen Annäherung an die Mitte ebenfalls in die positive übergeht; dann zeigen also beide Spaltungsflächen, die vorher auf einander gelegen hatten, positive Polarität.

Auf Flächen, welche senkrecht gegen die Hauptaxe oder senkrecht gegen die Orthodiagonale angeschliffen sind, besteht die positive Spannung, welche auf den durch den Schnitt abgetrennten Krystallflächen ihren Sitz hatte, wenn auch in geänderter Intensität, fort.

Während die Art der Vertheilung auf den Gyps-kry-stallen der verschiedenen Fundorte sich nicht ändert, zeigen sich dagegen sehr beträchtliche Unterschiede in der Stärke der electrischen Erregungen. Am grössten erscheint die electrische Spannung auf den nach dem oben erwähnten ersten Gesetze (Zwillingsaxe die Hauptaxe) gebildeten Zwillingen aus der Mariengrotte bei Reinhardtsbrunn oder Friedrichsrode, an welchen nicht das Prisma ∞P , sondern vielmehr das Prisma $\infty P 2$ auftritt. Schwächer, und zwar je nach dem Fundorte in mehr oder minderem Grade ist die electrische Spannung auf den einfachen Krystallen, welche von den Gestalten ∞P , $\infty P \infty$ und $-P$ gebildet werden; noch schwächer wird sie auf den längeren säulenförmigen Krystallen, an welchen ausser den eben genannten Flächen auch die Flächen der positiven Halbpyramide $+P$ sich finden; und endlich ist sie auf den nach dem zweiten Gesetze (Zwillingsaxe die Normale auf dem negativen Hemidoma $-P \infty$) gebildeten Zwillingsbruchstücken vom Montmartre äusserst schwach, ja oft unmerklich, während

sie wieder auf den gleichgebildeten Zwillingskrystallen von Castellina in Toscana in nicht unbeträchtlicher Stärke sich zeigt.

II. Diopsid.

Unter dem Namen Diopsid begreift man die graulich-weissen, grünlichweissen bis lauchgrünen durchsichtigen oder wenigstens stark durchscheinenden Augite. Gewöhnlich erscheinen die Diopsidkrystalle als vierseitige, von den Flächen $\infty P \infty$ und $\infty P \infty$ gebildete Säulen, deren Seitenkanten durch schmale Flächen ∞P und $\infty P 3$ abgestumpft sind, während die Enden der Hauptaxe die Flächen der Pyramiden — P und $2P$ tragen. Auf den Flächen $\infty P \infty$ und $\infty P \infty$ liegen nun vorzugsweise die electrischen Zonen.

In Betreff der Vertheilung der beiden Electricitäten unter jene Flächen tritt beim Diopsid eine Eigenthümlichkeit auf, die ich in ähnlicher Weise bereits beim Kalkspath und beim Beryll beobachtet habe; es zeigen nämlich einige Krystalle gerade die entgegengesetzte Polarität als andere. Beim Kalkspathe hing dieser Gegensatz mit einer Aenderung der äusseren Gestalt zusammen, während es bei den Elbaer Beryllen mir nicht gelungen ist, ein äusseres Merkmal für die eine oder die andere Vertheilung der beiden Electricitäten aufzufinden. Auch beim Diopside habe ich in der äusseren Gestalt keinen Umstand wahrgenommen, welcher die an einem Krystalle auftretende Vertheilung mit Sicherheit im voraus erkennen liess. Darf ich nach dem mir vorliegenden, freilich nur beschränkten Materiale urtheilen, so scheint es, als ob die piemontesischen aus dem Alathale die eine Modification, die tyroler von Schwarzenstein die gerade entgegengesetzte darbieten.

Bei den piemontesischen Diopsiden sind die Flächen $\infty P \infty$ beim Erkalten positiv, die Flächen $\infty P \infty$ aber negativ; bei den tyroler Krystallen dagegen zeigen die Flächen $\infty P \infty$ negative und die Flächen $\infty P \infty$ positive Spannung.

Ueber die Polarität an den Enden der Hauptaxe wage ich bei dem Mangel ringsum vollkommen ausgebildeter Krystalle keine sichere Angabe aufzustellen. Soweit ich die Pyramidenflächen am oberen ausgebildeten Ende untersucht habe, sind sie negativ oder unelectrisch; das untere Ende zeigt, wenn es verbrochen ist, keine deutlich ausgesprochene Polarität; bei unvollkommener Ausbildung scheint es positiv zu sein. Dieser electrische Gegensatz zwischen den beiden ungleich vollkommen gestalteten Enden der Hauptaxe weist jedoch in keiner Weise auf eine hemimorphe Bildung in der Richtung der Hauptaxe hin, sondern findet eben in der gehemmten Bildung des unteren Endes seine vollständige Erklärung.

III. Orthoklas.

a) Adular. Auf einem einfachen, ringsum normal ausgebildeten Adularkrystalle von nicht zu geringer Länge der Hauptaxe, den wir blos von den Flächen $0P$, $P\infty$ und ∞P begrenzt annehmen, ist die electrische Vertheilung die folgende: die Flächen $0P$ und $P\infty$ an den beiden Enden der Hauptaxe, sowie die orthodiagonalen Seitenkanten (oder die auf ihnen auftretenden Flächen $\infty P\infty$) sind positiv, die Flächen des verticalen Prismas ∞P aber negativ. Auf diesen letzteren Flächen ∞P nimmt die negative Spannung von den klinodiagonalen Seitenkanten nach den orthodiagonalen hin ab, und geht an letzteren in die positive über. Diese positive Electricität an den orthodiagonalen Seitenkanten vermag jedoch in solchen Fällen, wo die positive Spannung auf den Endflächen $0P$ eine sehr grosse Intensität erreicht, nicht hervorzutreten, selbst wenn jene Kanten durch die Flächen $\infty P\infty$ abgestumpft sind. Diese Flächen $\infty P\infty$ erscheinen namentlich auch bei Krystallen mit nur kurzer Hauptaxe, bei denen also die Flächen ∞P keine grosse Ausdehnung besitzen, negativ. Tritt aus besonderen Ursachen bei solchen kurzen Krystallen die positive Spannung auf den Flächen $\infty P\infty$ hervor, so nimmt als Compensation die

negative Polarität einen Theil der schiefen Endfläche $0P$ und der Fläche $P\infty$ ein. Ebendies findet auch statt, wenn infolge eigenthümlicher Bildungsvorgänge die positive Electricität sich von einer orthodiagonalen Kante aus über einen grossen Theil einer oder zweier Prismenflächen ∞P verbreitet.

Beim Zerspalten nach dem mit $0P$ parallelen Durchgange verhalten sich die Adularkrystalle wie die sächsischen Topase und die Apophyllite oder auch wie die Gypskrystalle, wenn letztere parallel ihrem Hauptdurchgange zersprengt werden; nur sind bei den Gypskrystallen die Polaritäten gerade die umgekehrten. Wird an einem vollständigen Adularkrystalle eine dünne Platte parallel mit $0P$ abgesprengt, so zeigt die Durchgangsfläche am dünnen Stücke negative Spannung, während die ihr angelegen habende Durchgangsfläche am grossen Stücke positiv verbleibt, wenn auch in geringerer Stärke als die ursprüngliche, ihr parallele Krystallfläche. Die Stärke dieser positiven Spannung am grösseren Stücke nimmt immer mehr ab, je weiter der Durchgang, in welchem das Zersprengen erfolgt, nach der Mitte des Krystalles hin rückt, so dass, wenn der Durchgang sich dieser Mitte nähert, beide auf einander gelegen habende Durchgangsflächen negativ erscheinen. Dabei treten öfter auf diesen negativ-electrischen Durchgangsflächen in der Nähe der orthodiagonalen Seitenkanten kleine positive Zonen auf, selbst wenn auf diesen Seitenkanten die positive Spannung nicht mehr wahrgenommen werden kann. Es ist dies ein ähnliches Verhalten, wie es die entsprechenden Durchgangsflächen beim Topase in der Nähe der positiven brachydiagonalen Kanten zeigen.

Auf dem mit dem klinodiagonalen Hauptschnitte oder mit den Flächen $\infty P \infty$ parallelen Durchgange scheint, wenn ich aus einem einzelnen mir vorliegenden Falle einen allgemeinen Schluss ziehen darf, ebenfalls negative Polarität aufzutreten; es entspräche dies den Beobachtungen am Topase, an welchem beim Anschleifen der brachydia-

gonalen Kanten, also beim Anschleifen einer mit dem makrodiagonalen Hauptschnitte parallelen Fläche, auf dieser angeschliffenen Fläche negative Spannung hervortritt.

Die Intensität der auf den verschiedenen Adularkrystallen erregten electricischen Spannung ist sehr ungleich: auf manchen durch eine weissliche, etwas milchichte Farbe ausgezeichneten Krystallen zeigt sie eine gleiche Stärke wie auf den Turmalinen und brasiliischen Topasen, während sie auf anderen, namentlich mehr glasähnlichen, bisweilen ausserordentlich gering erscheint.

Ausser den einfachen Krystallen habe ich noch eine grosse Anzahl von Zwillingen, und zwar nach den drei verschiedenen Gesetzen gebildeten, sowie auch von noch mehrfach zusammengesetzten Krystallen untersucht. Ebenso wie beim Aragonit und beim Gyps bleibt die auf den einfachen Krystallen beobachtete electriche Vertheilung soweit möglich auf den einzelnen Flächen des zusammen gesetzten Krystalles erhalten. Betrachten wir z. B. bei einem durch wiederholte Anwendung des sogenannten Ba venoer Gesetzes gebildeten Vierlinge, in welchem die einzelnen Individuen sehr ineinander verschlungen sind, die Seite, auf welcher die Flächen ∞P von je zwei einander gegenüberliegenden Individuen den einspringenden Winkel bilden, und an der Oberfläche Stücke der Flächen ∞P mit Stücken von den anderen Individuen angehörigen Flächen $P \infty$ abwechseln, so erscheint beim Erkalten überall auf den Flächen $P \infty$ die positive Electricität, während die Flächen ∞P negative Spannung darbieten.

b) Orthoklas von Elba (Pegmatolith Breith.). Die milchweissen, kaum durchscheinenden Orthoklaskrystalle von Elba, sowohl die einfachen als die Zwillinge, zeigen im allgemeinen dieselbe Vertheilung wie der Adular. Eigenthümlich verhält sich jedoch ein sehr schöner grosser, nach dem sogenannten Carlsbader Gesetze gebildeter Zwillings, der noch dadurch ausgezeichnet ist, dass bei ihm die Flächen $O P$ und $P \infty$ der beiden Individuen auf der einen (vorderen) Seite fast genau in eine Ebene fallen; an

diesem Krystalle erscheinen, wenn ich nur die Abweichungen von der oben für die Adulare angegebenen Vertheilung namhaft mache, drei von den Prismenflächen ∞P positiv, anstatt negativ, und andererseits tritt auf den Flächen $0P$ und $P\infty$ auf der (hinteren) Seite, wo sie nicht in eine Ebene fallen, negative Spannung auf.

Mehrere Orthoklase von Elba zeigen sehr starke electrische Spannungen.

c) Orthoklas von Hirschberg. Die undurchsichtigen gelbbräunlichen Krystalle von Lomnitz bei Hirschberg stimmen in ihrem electrischen Verhalten im allgemeinen mit den Adularen überein, und manche erzeugen ziemlich starke Ausschläge des Electrometers.

IV. Albit und Periklin.

Wenn auch die Winkel an den Krystallen des Albites und Periklins dieselbe Grösse zeigen und auch die chemische Zusammensetzung beider Mineralien übereinzustimmen scheint, so sind dieselben doch in ihrem Aussehen, in ihrer Gesammtgestalt, in ihrer Zwillingsbildung und in der Art ihres Wachsthums (der Lage ihrer Ansatzpunkte) gar sehr verschieden.

a) Albit. Einfache Krystalle gehören zu den grössten Seltenheiten; gewöhnlich erscheint der Albit in Zwillingen und Doppelzwillingen. Zwei Individuen legen sich, wobei die Normale auf dem brachydiagonalen Hauptschnitte die Umdrehungsaxe bildet, zu einem Zwillinge zusammen, und zwei solche Zwillinge verbinden sich wieder (nach dem sogenannten Carlsbader Gesetze der Orthoklaszwillinge) zu einem Doppelzwillinge. Solcher Doppelzwillinge standen mir vier zur Verfügung.

Da die früheren Untersuchungen gezeigt haben, dass die Zwillingsbildung die electrische Vertheilung nicht wesentlich abändert, so ist es wohl gestattet, aus den Beobachtungen an den zuvor erwähnten Zwillingen einen Schluss auf das Verhalten der einfachen Krystalle zu machen. Hiernach sind die an den Enden der Hauptaxe gelegenen

Flächen $0P$ und $\bar{P}\infty$, sowie die mit dem brachydiagonalen Hauptschnitte parallelen Flächen $\infty\bar{P}\infty$ positiv, dagegen die Flächen des verticalen Prismas ∞P negativ, und zwar ist die electrische Erregung der Albikristalle ziemlich stark.

b) Periklin. Während die Albite in der Richtung der Makrodiagonale zusammengedrückte, tafelartige Krystalle bilden, besitzen gerade umgekehrt die Periklinkrystalle gewöhnlich in der Richtung der Makrodiagonale die grösste Dimension. Dieser Unterschied hängt mit der Art des Ansetzens und Wachstums der beiden Mineralien zusammen; während nämlich die Albite wohl meistens mit dem einen Ende der Brachydiagonale oder dem einen Ende der Hauptaxe angewachsen sind, dient bei den Periklinen sehr gewöhnlich das eine Ende der Makrodiagonale als Ansatzpunkt. Da nun die Hauptaxe bei den Periklinen nur kurz ist, also auch die prismatischen Seitenflächen ∞P nur eine geringe Ausdehnung besitzen, so tritt auf ihnen dieselbe Anordnung der Electricitäten ein, wie ich solche auch unter ähnlichen Verhältnissen bei dem Adular beobachtet habe. Die beiden Flächen $0P$ sind positiv, dagegen die beiden Flächen $\bar{P}\infty$ negativ. Eben diese letztere Polarität zeigen auch die Flächen ∞P . Die Flächen $\infty\bar{P}\infty$ sind bei einigen Krystallen positiv, bei anderen negativ, und bei noch anderen fast unelectrisch.

Durch die Zwillingsbildung, die bei den von mir untersuchten Krystallen nach zwei verschiedenen Gesetzen erfolgt ist, wird in der angegebenen Vertheilung der Electricität nichts geändert. Während manche Perikline nur schwache electrische Spannungen zeigen, wird auf anderen eine nicht unbeträchtliche Intensität der Electricität beobachtet.

VI.

Di
tes
such
woh
hanFre
lich
den
und
eber
MasDr.
ihm
lungscha
warSta
Ku
wan
Wi
tisc
in
befi
aus
auf
der

VI. Ueber das magnetische Verhalten des Nickels und des Kobaltes; von W. Hankel.

(Aus den Berichten der math. phys. Klasse der K. Sächs. Ges. der Wiss. 1875 vom Herrn Verfasser mitgetheilt.)

Die magnetischen Eigenschaften des Nickels und Kobaltes zu bestimmen, sind allerdings schon mehrfache Versuche gemacht worden; indess waren die geprüften Metalle wohl selten rein und niemals in grösseren Stücken vorhanden.

Durch die Güte des Hrn. Professor Dr. Winkler in Freiberg bin ich in den Stand gesetzt worden, zwei möglichst reine und grosse Parallelepipeda der genannten beiden Metalle auf ihr magnetisches Verhalten zu prüfen, und es wird die Mittheilung der erhaltenen Resultate, eben weil die Messungen an möglichst reinen und grossen Massen ausgeführt sind, nicht ohne Interesse sein.

Die beiden Metallstücke waren von Hrn. Professor Dr. Winkler im Jahre 1867 nach der im Zusatze von ihm selbst beschriebenen Methode für die Pariser Ausstellung dargestellt worden.

Das von mir zur Bestimmung der magnetischen Eigenschaften des Nickels und Kobaltes angewandte Verfahren war einfach folgendes:

Ein an einem Coconfaden aufgehängener magnetischer Stahlspiegel befand sich in einer als Dämpfer dienenden Kupferkugel, welche auf der Spiegelseite durchbrochen war. Hinter diesem Spiegel stand eine mehrere hundert Windungen enthaltende Drahtrolle, welche mit dem magnetischen Spiegel ein Galvanometer bildete; vor dem Spiegel in der Richtung senkrecht auf den magnetischen Meridian befand sich in einem Abstande von 1824 Mm. eine Spirale aus dickem Kupferdrahte ($3\frac{1}{2}$ Pf.). Dieser Draht war auf eine Messinghülse von 168 Mm. Länge gewunden, deren innerer Hohlraum der Grösse und Gestalt der bei-

den Parallelepipeda aus Nickel und Kobalt entsprach, so dass beide (namentlich das etwas dickere Nickelstück) noch eben eingeschoben werden konnten.

Zuerst wurde nun die Stärke des Stromes eines oder mehrerer constanter Zinkplatinelemente gemessen, indem derselbe durch die Galvanometerrolle ging; sodann durchlief derselbe (ohne durch die Galvanometerrolle zu gehen) die Spirale aus dickem Drahte. Die durch diese Spirale erzeugten Ablenkungen des Spiegels mussten den durch die Galvanometerrolle erzeugten Ausschlägen proportional sein. Darauf wurden die zu magnetisirenden Parallelepipeda in die Spirale geschoben und die Ablenkungen des Spiegels gemessen, und zwar unter Umkehrung der Richtungen des Stromes und der Lage der Metallstücke. Zum Schluss wurde wieder die Wirkung der Spirale allein und endlich die der Galvanometerrolle gemessen, um die Constanz des Stromes während der Versuche beurtheilen zu können. Durch Subtraction der durch die Spirale allein erzeugten Ablenkung von der nach dem Einlegen der Metalle erhaltenen wurde ein Maass für den temporären Magnetismus der letzteren gewonnen.

Der etwa im Metallstücke zurückbleibende permanente Magnetismus liess sich bestimmen, indem nach Unterbrechung des Stromes dasselbe in seiner Lage umgekehrt wurde.

Um den Magnetismus des Nickels und Kobaltes mit dem des Eisens bei gleichen Stromstärken vergleichen zu können, liess ich zwei Eisenparallelepipeda von sehr nahe gleicher Grösse und Gestalt mit dem Nickel- und Kobaltstücke anfertigen, und bestimmte ihren Magnetismus jedesmal unmittelbar nach den Versuchen mit dem Nickel und Kobalt.

Nickel.

Das Parallelepipedum aus Eisen, mit welchem das Nickelstück verglichen werden sollte, hatte 168.0 Mm. Länge, 42.5 Mm. Breite und 13.7 Mm. Dicke. Das Nickelstück war ihm nahe gleich; seine Länge betrug gleichfalls

168 Mm.; seine Breite maass im Mittel an dem einen Ende 41,1 Mm., blieb so bis gegen die Mitte, und nahm dann nach dem anderen Ende hin bis 40.1 Mm. ab, seine Dicke schwankte zwischen 13.1 bis 13.5 Mm. An dem einen Ende fanden sich ferner mehrere kleine Gruben, während auf der anderen Hälfte nur einige sehr kleine Grübchen bemerklich waren.

Das Gewicht des Eisenstückes betrug 774.50 Gr., seine Dichtigkeit 7.800; das Gewicht des Nickelstückes 780.36 Gr., seine mittlere Dichtigkeit 8.520; hieraus folgt das Volumen des Eisenstückes 99.29 und des Nickels 91.59 Cc.

In der nachstehenden Tabelle sind die Resultate der oben beschriebenen Messungen zusammengestellt. In der ersten Spalte stehen die Ausschläge des Spiegels durch die Galvanometerrolle, in der zweiten die Ausschläge des Spiegels durch die blosse Spirale; beide können als Maass für die Stärke des electricischen Stromes dienen.¹⁾ In der dritten Spalte finden sich die durch die Spirale und das Nickel, und in der vierten die durch die Spirale und das entsprechende Eisenstück erhaltenen Ausschläge.²⁾

Galvanometer.	Spirale allein.	Spirale mit Nickel.	Spirale mit Eisen.
455.2	38.8	168.7	277.8
243.2	21.2	124.9	148.2
121.9	10.6	80.1	74.4
63.3	5.5	37.1	38.5
32.5	2.9	19.1	19.2
18.8	1.7	11.0	11.2

Durch Subtraction der Zahlen der zweiten Spalte von denen der dritten und vierten werden die durch den

-
- 1) Die Galvanometerrolle wurde überhaupt nur aufgestellt, um die Stromstärke mit grösserer Genauigkeit, als wie solche aus dem viel geringeren Ausschlage durch die Spirale entnommen werden konnte, zu bestimmen.
 - 2) Sämmtliche im Folgenden angeführte Ausschläge sind auf die doppelten Tangenten des Ablenkungswinkels reducirt.

Magnetismus des Nickels und des Eisens allein erzeugten Ablenkungen erhalten.

Stärke des Stromes.	Magnetismus	Magnetismus	
	des Nickels. beobachtet.	reducirt.	des Eisens.
455.2	129.9	133.4	239.0
243.2	103.7	106.5	127.0
121.9	59.5	61.1	63.8
63.3	31.6	32.4	33.0
32.5	16.2	16.6	16.3
18.8	9.3	9.5	9.5

Zur leichteren Uebersicht sind in der Zeichnung p. 290 diese Werthe durch die ausgezogenen Linien dargestellt; die Stromstärken wurden als Abscissen genommen, und die beobachteten Magnetismen des untersuchten Nickel- und Eisenstückes als Ordinaten aufgetragen.

Da das Nickelstück etwas kleiner war als das Eisenstück, mit welchem es verglichen wurde, so habe ich den Magnetismus des Nickels auf ein dem Eisen gleiches Volumen reducirt, indem ich die Magnetismen den Cubikwurzeln aus dem Volumen proportional setzte.¹⁾ Die so

1) Für Eisenstücke von gleicher Länge und nur wenig von einander verschiedenem Querschnitt ist die obige Correction brauchbar. Wird der Magnetismus des später beschriebenen zweiten Eisenstückes, welches mit dem Kobaltstücke nahe gleichen Querschnitt hat, auf ein dem obigen (ersten) Eisenstücke gleiches Volumen nach jener Proportion reducirt, so ergibt sich z. B. für einen Galvanometerausschlag von 455.2 Scalentheilen der Werth 238.3, welcher sehr nahe mit dem beim ersten Eisenstück beobachteten (239.0) übereinstimmt. Ich hatte ferner noch zwei Eisenstücke von 168 Mm. Länge anfertigen lassen, von denen das eine (dritte) in der Breite 20.55 Mm. und in der Dicke 12.25 Mm., das andere (vierte) aber in der Breite 40.83 Mm. und in der Dicke 6.05 Mm., maass; jedes hatte also sehr nahe ein halb so grosses Volumen, als das zuvor genannte zweite grosse Eisenstück. Leider war das zu ihnen verwendete Eisen von einem etwas geringeren spezifischen Gewichte, so dass genaue Vergleichungen nicht möglich sind. Dagegen genügen die mit ihnen ausgeführten Messungen zum Nachweise der Zulässigkeit der obigen Correction.

reducirten Werthe finden sich in der vorstehenden Tabelle unter der Ueberschrift „reducirt“ und sind in der Zeichnung durch punktirte Linie dargestellt worden.

Man erkennt sogleich, dass die für das Eisen gefundenen Werthe auf einer geraden Linie liegen, dass also in dem dicken Eisenstücke innerhalb der angewandten Stromstärken der Magnetismus noch in aller Strenge proportional mit jenen Stromstärken zunahm. Anders verhält sich das Nickel: während es anfänglich, d. h. bei schwachen Strömen, nahe dieselbe magnetische Kraft zeigt, wie das Eisen, beginnt sein Magnetismus doch sehr bald in geringerem Grade zu wachsen als beim Eisen, so dass bei der stärksten angewandten Stromstärke derselbe wenig über die Hälfte des im Eisen entwickelten beträgt.

Beide untersuchten Metallstücke, sowohl das Nickel als auch das Eisen, besassen fast keine Coercitivkraft. Beim Nickel blieb z. B. nach dem zweitstärksten Strome, welcher ihm den temporären Magnetismus 103.7 ertheilte, nur ein Rest von permanentem Magnetismus 0.3; und beim Eisen betrug dieser Rest nach dem stärksten angewandten Strome nur 0.1. In Bezug auf Coercitivkraft verhielt sich also dieses Nickelstück fast ganz wie weiches Eisen.

Kobalt.

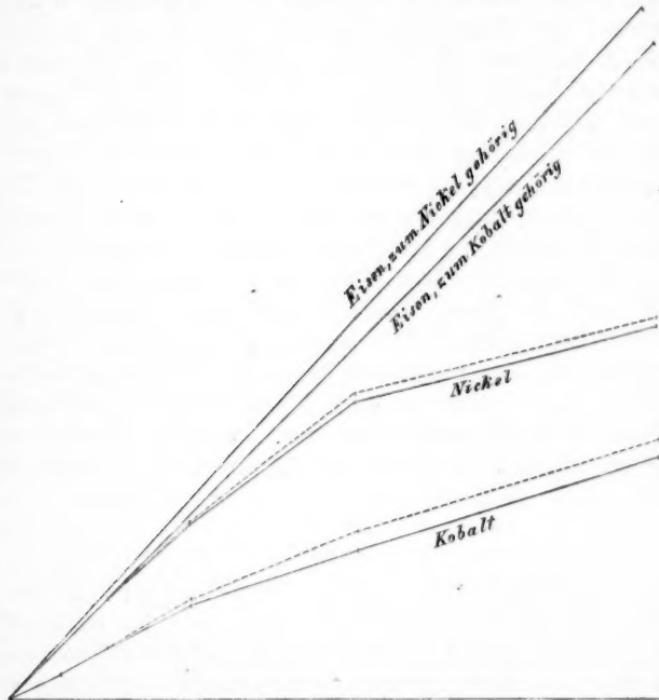
Das Kobaltstück war zwar nur wenig kleiner als das zuvor beschriebene Stück Nickel; um jedoch eine strengere Vergleichung seines Magnetismus mit dem des Eisens zu ermöglichen, habe ich ein zweites Parallelepipedum aus

Bei gleicher Stromstärke erhielt das zweite Eisenstück den Magnetismus 125.04, das dritte 95.16, und das vierte 109.81. Die Aenderung der Breite und Dicke hat also nicht gleichen Einfluss; nimmt man das Mittel von 95.16 und 109.81, so ist $125.04 : 102.48$

$= 1 : 0.819$, während $1 : \sqrt[3]{\frac{1}{2}} = 1 : 0.794$. Da nun die Metallstücke, deren Magnetismus oben auf ein gegebenes Volumen reducirt werden sollen, nur wenig in Breite und Dicke verschieden sind, so dürfte die angewandte Correction eine für die vorliegenden Zwecke hinreichende Annäherung gewähren.

weichem Eisen, welches dem Kobaltstücke in seinen Dimensionen möglichst nahe kam, anfertigen lassen.

Die Länge dieses Eisens war 168 Mm., die Breite 41.0 Mm. und die Dicke 12.2 Mm. Das Kobaltstück hatte bei einer Länge von gleichfalls 168 Mm. an dem einen



Ende eine Breite von 41.0 und an dem anderen von 40.2 Mm.; seine Dicke variierte von 12.0 bis 11.1 Mm. An beiden Enden des Kobaltstückes fanden sich mehrere Gruben, besonders an dem einen Ende eine ziemlich ausgedehnte.

Das absolute Gewicht des Eisens betrug 653.48 Gr., die Dichtigkeit 7.790; das Gewicht des Kobaltes war 568.85 Gr., die mittlere Dichtigkeit 7.177; hieraus

folgt das Volumen des Eisens 83.83 und des Kobaltes 79.26 Cc.

Die folgende Tabelle enthält die Resultate der Messungen; die Bedeutung der Zahlen in den einzelnen Spalten ist dieselbe wie in der vorhergehenden Tabelle.

Galvanometer.	Spirale allein.	Spirale mit Kobalt.	Spirale mit Eisen.
460.1	39.2	124.0	266.9
244.7	21.2	75.4	142.7
124.4	10.7	41.6	72.5
65.3	5.5	21.6	37.7
33.5	2.9	10.1	19.2
19.2	1.7	5.4	10.9

Hieraus ergeben sich die Beziehungen zwischen der Stärke des electricischen Stromes und dem Magnetismus des Kobaltes und Eisens:

Stärke des Stromes.	Magnetismus des Kobaltes.		Magnetismus des Eisens.	
	beobachtet.	reducirt.	beobachtet.	reducirt.
460.1	84.8	91.4	227.7	240.9
244.7	54.2	58.4	121.5	128.6
124.4	30.9	33.3	61.8	65.4
65.3	16.0	17.2	32.1	34.0
33.5	7.2	7.8	16.3	17.2
19.2	3.7	4.0	9.2	9.7

In der p. 290 befindlichen Zeichnung sind die Zahlenwerthe der zweiten und vierten Column in gleicher Weise, wie zuvor beim Nickel, durch die ausgezogene Linie dargestellt. In der dritten und fünften Column der obigen Tabelle finden sich unter der Bezeichnung „reducirt“ die Werthe, welche der Magnetismus eines Kobalt- und Eisenstückes von dem Volumen des ersten Eisenstückes (Volumen 99.29 Cc.) bei den in der ersten Column angegebenen Stromstärken zeigen würde. Den Verlauf dieser Werthe für Kobalt zeigt die punktierte Linie; die Werthe für Eisen fallen mit der Linie des ersten zum Nickel gehörigen Eisenstückes zu-

sammen. Diese letztere Linie, sowie die beiden punktirten Linien stellen also die Magnetismen gleicher Parallelepipeda von Eisen, Nickel und Kobalt dar.

Die Curve für die magnetische Kraft des Kobaltes liegt anfangs gegen die Abscissenaxe etwas convex; erst nach der dritten Messung (vom schwächsten Strome aus gerechnet) beginnt sie ihre concave Seite der genannten Axe zuzuwenden. Dieser anfängliche Gang der Curve ist durch den Umstand bedingt, dass das Kobaltstück nicht ohne Coercitivkraft ist.

Das Kobalt gleicht dem Nickel darin, dass auch bei ihm bereits bei mässig starken Strömen der Magnetismus in geringerem Grade zunimmt als die Stromintensität, unterscheidet sich aber von ihm durch eine viel geringere Stärke des Magnetismus innerhalb der angewandten Stromstärken. Bei der beträchtlicheren Zunahme des Magnetismus im Kobalt gegen die beim Nickel von der vorletzten bis zur letzten Beobachtung wäre es jedoch nicht unmöglich, dass bei sehr starken electrischen Strömen der Magnetismus des Kobaltes grösser würde als der des Nickels.

Auf das Verhalten des permanenten Magnetismus im Kobalt werde ich bei einer anderen Veranlassung zurückkommen, und bemerke hier nur, dass der Strom 244.7, welcher dem Kobaltstück einen temporären Magnetismus von 54.2 ertheilte, einen zuvor vorhandenen permanenten Magnetismus 2.5¹⁾ nicht soweit zu vernichten vermochte, dass bei beiden Stromrichtungen gleiche Reste von permanentem Magnetismus verblieben; hatte der obige Strom eine solche Richtung, dass er den Kobaltstab in entgegengesetztem Sinne wie die bereits vorhandene Polarität magnetisierte, so blieb ein Rest 7.1 in diesem entgegengesetzten Sinne, während gleich darauf ein ebenso starker Strom in der anderen Richtung, bei welcher also die temporäre Magnetisirung mit der ursprünglichen übereinstimmte, einen Rest 7.9 von permanentem Magnetismus im ursprünglichen

1) Es war dies ein Rest einer früheren etwas stärkeren Magnetisirung, welche durch einen Strom bis 2.5 geschwächt worden.

Sinne zurückliess. Dagegen blieb unter Anwendung des stärksten Stromes 460.1 bei beiden Richtungen desselben der gleiche Rest von permanentem Magnetismus 10.5; da der durch diesen Strom erzeugte temporäre Magnetismus 84.8 betrug, so war ungefähr der achte Theil desselben permanent geblieben.

Hr. Professor Dr. Winkler in Freiberg hatte die Güte, mir über die Darstellung der im Vorstehenden untersuchten Nickel- und Kobaltstücke Folgendes mitzutheilen.

„Es hatte die Darstellung dieser strengflüssigen Metalle in grösseren und dabei dichten, blasenfreien Gusstücken ihre ganz bedeutenden Schwierigkeiten und im Verlauf der hierüber angestellten Versuche sind von jedem der in Rede stehenden Metalle wohl an 100 Kgr. in Mengen von je 2 bis 5 Kgr. eingeschmolzen und gegossen worden.

Insbesondere galt es:

1. die Erzeugung einer hinlänglich hohen Temperatur;
2. die Herstellung feuerfester Schmelzgefässe;
3. die Fernhaltung von Kohlenstoff und Silicium von den schmelzenden Metallen;
4. das Giessen in sauerstoffreicher Atmosphäre, weil die Anwesenheit sauerstoffhaltiger Luft stets ein Saugen der Metalle und die Erzeugung blasiger Gusstücke zur Folge hatte.

Als Schmelzapparat diente ein runder feuerfester Ofen mit hoher Esse, worin statt eines Rostes eine durchlochte Eisenplatte eingelegt worden war, welche gleichzeitig die Decke eines Windreservoirs bildete. Die Construction war eine ähnliche, wie diejenige des bekannten Deville'schen Gebläseofens. In die Mitte der eisernen Platte kam auf einen sogenannten Käse aus feuerfestem Thon der beschickte Tiegel zu stehen, worauf der Ofen mit Holzkohlen gefüllt und zu mässiger Rothgluth erhitzt wurde. Nachdem dies geschehen, ward Kohle und Asche entfernt, der ganze Ofen gut gereinigt, frische Holzkohle aufgegeben und nun von unten der Wind eines Cylindergebläses zugeführt, welches pro Minute 3—400 Cubikfuss Luft lieferte.

Die Verbrennung erfolgte jetzt auf das lebhafteste unter Entwicklung hoher Hitze; durch fortwährendes Einstossen eines eisernen Stabes in das Brennmaterial wurde das Hohlbrennen und das Kaltblasen des Tiegels sorgfältigst zu verhindern gesucht.

Holzkohle allein gab zu flüchtige Hitze; Cokes allein liess bald Verschlackung eintreten; es wurde deshalb mit dem Brennmaterial derart gewechselt, dass man

5 Minuten lang mit reiner Holzkohle

5 " " 2 Vol. Holzkohle und 1 Vol. Cokes

5 " " 1 Vol. Holzkohle und 1 Vol. Cokes

5 " " reinen Cokes

schmolz.

Bei Beobachtung dieser Regel erzielte man vollkommene, für das Auge ganz unerträgliche Blauglut und vermochte innerhalb 20 Min. 5—6 Kgr. Kobalt oder Nickel sicher in dünnen Fluss zu bringen, ohne dass der Ofen zuschlackte.

Es wurde sodann der Wind abgestellt, der thönerne Vorsetzer, welcher die Brust des Ofens bildete, abgenommen, das Brennmaterial behend herausgezogen und dem Tiegel, welcher zumeist vollkommen erweicht war, eine halbe Minute zu oberflächlicher Erstarrung gegönnt, worauf man ihn mit der Zange fassen und herausheben konnte. Der fest aufgeschmolzene Deckel wurde dann sofort mit Meissel und Hammer entfernt und das in blendender Gluth befindliche Metall in eine Form aus trockenem Sand oder gebranntem Thon gegossen.

Die beim Schmelzen angewendeten Tiegel wurden nach vielen Variationen am zweckmässigsten durch eine Combination mehrerer Tiegel aus verschiedenem Material erhalten. Einfache Tiegel, selbst die besten englischen Graphittiegel, widerstanden der Hitze nie, sondern flossen zusammen.

Man setzte deshalb in einen derartigen Tiegel einen hessischen Thontiegel, füllte die Zwischenräume mit Chamotte aus undbettete in den Thontiegel mit Hülfe eines

Magnesiafutters wieder einen grossen Tiegel aus Elgersburger Porcellan ein. Es kam nur selten vor, dass alle drei Tiegel geschmolzen gewesen wären; gewöhnlich war der Graphittiegel ganz verschwunden und der hessische stark angegriffen, immerhin aber doch nur so, dass er im Verein mit dem Magnesiafutter noch eine hinlänglich schützende Hülle für den Porcellantiegel bildete.

Die Deckel mussten die Stärke gewöhnlicher Mauerziegel haben, wenn sie nicht wegschmelzen sollten. Nachdem der Tiegel gefüllt war, wurde der Deckel aufgesetzt und das Ganze bis auf eine kleine Oeffnung mit einem Gemenge von gebranntem und ungebranntem Porcellanthon und Wasserglas lutirt. Hierauf musste wenigstens 24 Stunden lang stark getrocknet und sehr vorsichtig angewärmt werden.

Die Tiegelbeschickung war folgende: Zunächst wurde reines geglühtes und gemahlenes Kobalt- oder Nickeloxydul mit 10—12 % reiner Stärke oder feinstem Weizengehirn innig gemischt und dieses Gemenge in einen Tiegel gebracht, welchen man in einen zweiten setzte, so dass alle Zwischenräume mit Holzkohlenpulver gefüllt werden konnten. Es wurde hierauf bis zum mässigen Glühen erhitzt und erkalten gelassen. Der innere Tiegel enthielt dann Kobalt- oder Nickelmetall in Gestalt eines zarten Pulvers, welches jedoch etwas kohlenstoffhaltig war. Im übrigen enthielt es nur Spuren von Verunreinigungen, war frei von Eisen, Kupfer, Arsen, Schwefel u. s. w. und das Kobalt enthielt ca. 0.3 % Nickel, wie umgekehrt das Nickel 0.3—0.5 % Kobalt enthalten mochte.

Das feine Metallpulver wurde nun mit 25—30 % seines Gewichtes reinen Kobaltoxyduls, beziehungsweise Nickeloxyduls innig gemengt, das Gemenge in den in gedachter Weise umhüllten Porcellantiegel gebracht und, wie beschrieben, eingeschmolzen. Der Sauerstoff der zugesetzten Oxyde verbrannte hierbei den geringen Kohlenstoffgehalt der Metalle vollständig und man fand schliesslich

nicht allein das reine Metall, sondern auch den zugesetzten Oxydüberschuss in vollkommenem Flusse.

Beim Giessen begann das Metall, sobald es in die Form gebracht worden war und erstarren wollte, gewöhnlich lebhaft zu schäumen und zu spritzen, wahrscheinlich weil es Sauerstoff absorbiert hatte, den es nun plötzlich fahren liess. Man erhielt infolge dessen stets undichte, blasige Güsse.

Es wurde deshalb um den Einguss der Form ein starker Baumwollendocht gelegt, der mit Theer oder Petroleum getränkt war. Bei der Annäherung des heissen Tiegels entzündeten sich diese und bildeten eine grosse reducirende Flamme, durch die hindurch das Giessen erfolgte. Auf solche Weise gelang es, das Metall vom absorbierten Sauerstoff zu befreien und Güsse zu erhalten, die dicht, oder doch fast ganz dicht waren.

Die Gusstücke liess man langsam erkalten, befreite sie oberflächlich vom anhaftenden Sande und nahm dann mit Hülfe der Hobelmaschine an allen Seiten 5—6 Mm. weg, wodurch die sogenannte Gusschwarte vollkommen beseitigt wurde.

VII. Ueber die Abhängigkeit der Reibung der Gase von der Temperatur; von J. Puluj.

(Aus den Wien. Ber. zweite Abth. LXXIII. Mai-Heft. Jahrg. 1876; vom Herrn Verfasser mitgetheilt.)

Reibungsapparat.

Die Untersuchungen über die Reibung der Gase, welche hier mitgetheilt werden sollen, wurden im physikalischen Institute in Strassburg ausgeführt. Es diente mir zu denselben ein Apparat, den Hr. Professor Dr. Kundt mir bereitwilligst zur Verfügung stellte. Derselbe ist von einer

etwas einfacheren Construction als jener, den Prof. Kundt und Warburg zu ihren Versuchen über Reibung und Wärmeleitung der Gase benutzten.¹⁾ Zur Erläuterung der Zeichnung, die ich nach dem Apparate gemacht habe, möge Folgendes dienen.

Ein starker Eisenring Taf. I Fig. 5 ruht auf drei Stellschrauben und trägt acht Messingsäulen, in denen acht Messingstäbe sich auf- und niederschrauben lassen. Vier von diesen Stäben *a* tragen die obere fixe Scheibe, welche aus zwei Halbscheiben von dickem Spiegelglas besteht; die untere Scheibe ruht auf vier Stäben *b*. Beide können der schwingenden Scheibe aus dünnem Spiegelglas, die sich zwischen denselben befindet, nach Belieben genähert werden. Am Eisenring ist noch ein Stativ *hh* befestigt und trägt oben (in der Zeichnung nicht sichtbar) eine Vorrichtung für die bifilare Aufhängung. Die bewegliche Scheibe war an einem Messingstiel *r* von 22.5 Mm. Länge, 4.4996 Mm. Durchmesser und 28.301 Gr. Gewicht senkrecht angekittet. Am Stiele lässt sich eine sehr feine Messinghülse mit einem Spiegel *s* aus platinirtem Glas auf- und niederschieben, und am oberen Ende desselben ist eine sehr kleine Rolle angebracht, über die der Aufhängedraht — ein sehr feiner Silberdraht von 0.06301 Mm. Durchmesser — geschlungen werden kann. Die Rolle hat den Zweck, die Ausdehnung des Drahtes auf beide Theile der bifilaren Aufhängung gleichmässig zu vertheilen. Hülse sammt Spiegel und Rolle hatten ein Gewicht von 1.297 Gr.

Die Aufhängevorrichtung, bestehend aus zwei Metallstäbchen, deren Enden mit nach aufwärts gebogenen Häkchen versehen sind, gestattet durch Auf- und Niederschrauben eines jener Stäbchen in der verticalen Richtung die Länge des Aufhängedrahtes nach Belieben zu ändern. Die ganze Aufhängevorrichtung lässt sich noch um ihre verticale Axe drehen, wodurch dem Spiegel eine geeignete Stellung gegen das Fernrohr gegeben werden kann.

1) Pogg. Ann. CLV.

Ein neben dem Spiegel, senkrecht gegen den Stiel, angekittetes Stückchen weichen Eisendrahtes dient dazu, um die bewegliche Scheibe durch einen Magnet in Schwingungen zu versetzen.

Die Distanz zwischen den festen Scheiben wurde mit zwischengelegten Stückchen aus Spiegelglas gemessen.¹⁾ Der Halbmesser der schwingenden Scheibe war:

$$r = 7.965 \text{ Ctm.}$$

und für die Dicke derselben lieferten Messungen mittelst des Sphärometers und die Berechnung aus Gewicht und Radius entsprechend:

$$d = 0.14920 \text{ Ctm. und } 0.14835 \text{ Ctm.}$$

Das Gewicht der schwingenden Scheibe war:

$$72.3494 \text{ Gr.,}$$

woraus sich ihr Trägheitsmoment zu $2294.97 \text{ Gr. Ctm}^2$, und mit Berücksichtigung des Trägheitsmomentes des Stieles sammt Spiegel zu:

$$M = 2369.88$$

berechnet.

Ein Vergleich dieser Zahlen mit den in der erwähnten Abhandlung, p. 331, für dieselbe Art von Aufhängung angegebenen, lässt sofort erkennen, dass auch hier die störenden Widerstände des Stieles sammt Spiegel und der inneren Reibung des Aufhängedrahtes gegen das dämpfende Moment der Gase zu vernachlässigen sind.

Die Aufstellung des Apparates, über den eine Glasglocke gestülpt war, sowie die Verbindung mit der Pumpe und dem Gasentwickelungsapparate ist im Wesentlichen dieselbe geblieben. In die Messingfassung, welche an einer durchbohrten Stelle der Glasglocke angekittet war, wurde ein τ -förmiges Glasrohr, an dessen beiden Enden Glasschläuche angeschmolzen waren, mittelst Siegellack sorgfältig eingekittet. Durch einen derselben konnte die Verbindung zwischen der Pumpe und der Glocke, durch den zweiten

1) Pogg. Ann. l. e.

zwischen der letzteren und dem Trockenapparate — Waschflasche mit Schwefelsäure gefüllt und drei Babo'sche Trockenröhren von 70 Ctm. Länge — hergestellt werden. Bei dieser Zusammenstellung war es möglich, die Glocke zu evakuiren, zu trocknen und eventuell mit einem Gas zu füllen, wenn der Trockenapparat mit dem Gasentwickelungsapparate in Verbindung stand.

Am Stativ, unmittelbar über der festen Scheibe, hing ein Baudin'sches Thermometer, welches mit dem Normalthermometer verglichen wurde. An demselben liessen sich noch Hundertel eines Grades schätzen. Die Entfernung des Fernrohres vom Spiegel war 2.341 M.

Der Apparat von dieser Construction empfiehlt sich nicht blos durch die Leichtigkeit und Genauigkeit, mit der er zusammengesetzt und justirt werden kann, sondern auch durch die Feinheit und Eleganz, mit der er vom Mechaniker Meyer in Strassburg gebaut wird. Das Einzige, was bei der Zusammenstellung desselben einige Schwierigkeiten bietet und bei einiger Ungeschicklichkeit auch mehrere Tage in Anspruch nehmen kann, ist das Einhängen der beweglichen Scheibe. Es scheint mir daher nicht überflüssig zu sein, des näheren zu erläutern, wie dieselbe schnell und bequem eingehängt werden kann. Der Draht muss vorsichtig, ohne geknickt zu werden, von der Spule abgewickelt werden, da er wegen seiner grossen Feinheit an der betreffenden Stelle unvermeidlich reissen würde. Aus dem abgewickelten Theil wird eine kleine Schlinge gemacht, auf das Häkchen der Aufhängevorrichtung so aufgesetzt, dass die geschlungene Stelle der Schleife nach oben kommt und die Drähte zu beiden Seiten des Häckchens nach unten gerichtet sind, und während das eine Drahtende festgehalten wird, wird das andere nach unten gezogen. Nachher wird beim Abwickeln auf den Draht ein U-förmig gebogenes Glasröhrchen aufgesetzt, die nötige Länge abgewickelt und das Drahtende am zweiten Häkchen auf dieselbe Weise befestigt. Die eine Hälfte des Drahtes wird zwischen die Gabel des Stieles geschoben,

die Rolle eingesetzt und nachher das U-förmige Glasstäbchen abgehoben.

Resultate der bisherigen Untersuchungen.

Die dynamische Theorie der Gase liefert bekanntlich für die innere Reibung zwei Hauptgesetze: Das Gesetz der Unabhängigkeit der Reibung vom Drucke und das der Proportionalität derselben mit der Quadratwurzel aus der absoluten Temperatur.

Während das erste Gesetz durch zahlreiche Versuche von Maxwell, Graham, O. E. Meyer und andern bestätigt und von Kundt und Warburg¹⁾ mit Berücksichtigung der Gleitung bis zur unteren Grenze von 1 Mm. Quecksilberdruck ausgedehnt wurde, führten Versuche über die Abhängigkeit der Reibung von der Temperatur zu Resultaten, die jenes Gesetz der Proportionalität mit der Temperatur als zweifelhaft erscheinen lassen, aber auch unter einander noch keine befriedigende Uebereinstimmung zeigen. Es sollen hier die Resultate dieser Klasse von Versuchen in Kürze zusammengestellt werden.

Maxwell fand durch Schwingungsversuche mit Messingscheiben, dass die Reibung der Luft der absoluten Temperatur unmittelbar proportional sei, was bekanntlich auch die Veranlassung war, dass er die ältere Gastheorie, welche von der Hypothese ausgeht, dass die Gasmoleküle sich mit grosser Geschwindigkeit nach allen Richtungen bewegen, und beim Zusammenstoss wie elastische Kugeln sich verhalten, aufgab, und eine neue aufstellte, der zufolge die Moleküle mit abstossenden Kräften auf einander wirken, die der fünften Potenz ihrer Entfernungen umgekehrt proportional sind. Abgesehen davon, dass, um kleinere Potenzen der absoluten Temperatur, welche nachherige Versuche lieferten, zu erklären, viel höhere Potenzen der Entfernungen angenommen werden müssten, stellen sich dieser neuen Maxwell'schen Theorie bedeutende Schwierig-

1) Pogg. Ann. CLV. p. 547.

keiten entgegen, worauf schon Stefan aufmerksam machte,¹⁾ denn die Versuche von Joule und Thomson über innere Arbeit der Gase berechtigen eher zur Annahme anziehender als abstossender Kräfte zwischen den Gasmolekülen. Gegen die Annahme einer abstossenden Fernewirkung spricht auch noch ein zweiter gewichtiger Umstand, dass ein Gas zu einer Flüssigkeit, ja sogar zu einer schneeartigen Masse sich verdichten lässt. O. E. Meyer wiederholte die Versuche nach der Maxwell'schen Methode, und fand für die Abhängigkeit der Luftreibung von der Temperatur ϑ , je nachdem er der Berechnung verschiedene Voraussetzungen zu Grunde legte:

$$\begin{aligned}\eta &= 0.000186(1 + 0.0030 \vartheta) \\ \text{oder } \eta &= 0.000189(1 + 0.0025 \vartheta)\end{aligned}\} \quad 19^\circ \text{ bis } 82^\circ \text{ C.}$$

gegen das Maxwell'sche Resultat:

$$\eta = 0.000188(1 + 0.00365 \vartheta) \quad 10^\circ \text{ bis } 84^\circ \text{ C.}$$

Den Grund des Fehlers dieser letzten Bestimmung sucht Meyer in der ungenauen Bestimmung der Temperatur des durch Wasserdampf erwärmt Apparates, sowie in der Art der Aufhängung der Scheiben, durch deren Schwingungen der Reibungskoeffizient bestimmt wurde.

Ferner fand Meyer aus Transspirationsversuchen²⁾ mit einer Capillare von 79.75 Ctm. Länge und 0.0161 Ctm. Halbmesser:

$$\begin{aligned}\eta &= 0.000171(1 + 0.0024 \vartheta) \quad 20^\circ \text{ bis } 99^\circ \text{ C.} \\ \eta &= 0.000170(1 + 0.0028 \vartheta) \quad 21^\circ \text{ bis } 100^\circ \text{ C.}\end{aligned}$$

und nach einer anderen Methode mit einer Capillare von 86.5 Ctm. Länge und 0.00691 Ctm. Halbmesser:

$$\eta = 0.000174(1 + 0.0030 \vartheta).$$

v. Obermayer fand aus Strömungsversuchen³⁾ mit drei Capillaren von $l=52$, 36 und 126.3 Ctm. und respective

1) Wien. Ber. LXV. Abth. II, Aprilheft 1872.

2) Pogg. Ann. CXLVIII. p. 203.

3) Wien. Ber. LXXI. Februarheft 1875.

$r = 0.0196$, 0.02241 und 0.02655 Ctm. als Mittel von acht Bestimmungen:

$$\eta = 0.000171 (1 + 0.0027 \vartheta) - 21.5^\circ \text{ bis } 99.5^\circ \text{ C.}$$

Die letzte Capillare lieferte den Temperaturcoeffienten 0.0024 zwischen 16.1° und 99.5° C. Eine zweite Versuchsreihe mit zwei anderen Capillaren, mit einer von der Länge $l = 39.4$ Ctm. und $r = 0.0138$ Ctm. und einer Messingcapillare $l = 170$ Ctm., $r = 0.075$ Ctm. ergab:

$$\eta = 0.000168 (1 + 0.0027 \vartheta) - 21.5^\circ \text{ bis } 52.9^\circ \text{ C.}$$

Es sei hier noch bemerkt, dass in der zweiten Versuchsreihe die Temperaturcoeffienten bei niederen Temperaturintervallen durchgehends etwas grösser waren, als bei hohen Temperaturen.

Die von mir angestellten Reibungsversuche¹⁾ mit einer Capillare $l = 155.76$ Ctm. und $r = 0.019735$ Ctm. ergaben:

$$\eta = 0.000179 (1 + 0.0024 \vartheta) 13.4^\circ \text{ bis } 27.2^\circ \text{ C.}$$

und drei andere Versuchsreihen, ausgeführt mit einem zweiten Apparate und derselben Capillare:

$$\eta = 0.000179 (1 + 0.0023 \vartheta) 13.6^\circ \text{ bis } 76.7^\circ \text{ C.}$$

$$\eta = 0.000181 (1 + 0.0022 \vartheta) 1.1 " 77.4 "$$

$$\text{und } \eta = 0.000180 (1 + 0.0021 \vartheta) 1.5 " 92.7 "$$

Es ist nicht zu verkennen, dass bei allen diesen Resultaten eine ganz befriedigende Uebereinstimmung derselben mit- und untereinander vermisst wird. Ich entschloss mich daher, die diesbezügliche Untersuchung mit dem beschriebenen Apparate zu wiederholen und auf andere Gase auszudehnen, um die Frage zu beantworten, ob das Gesetz der Abhängigkeit der Reibung von der Temperatur auf gleiche Weise auch für andere Gase gelte, wie aus Graham's Transspirationsversuchen gefolgert werden könnte.²⁾

1) Wien. Ber. II. Abth. Februarheft. LXIX. und Juliheft LXX. 1874.

2) Pogg. Ann. CXXV, p. 190. CXXVII, p. 378 und 380.

Versuche mit dem Reibungsapparate.

Zu den Versuchen wurde gewöhnliche Zimmerluft, Kohlensäure und Wasserstoff verwendet. Die Kohlensäure wurde aus doppeltkohlensaurem Natron, der Wasserstoff aus Zink mittelst reiner verdünnter Schwefelsäure entwickelt.

Vor Beginn einer Versuchsreihe wurde der Apparat 12 bis 15 mal bis 10 Mm. Quecksilberdruck ausgepumpt, und nachher trockene Luft, resp. Kohlensäure oder Wasserstoff langsam eingelassen. Während der ganzen Dauer der Versuche mit Luft war die Glocke in Verbindung mit dem Trockenapparate, die Luft stand somit unter dem Drucke einer Atmosphäre. Bei den Versuchen mit Kohlensäure und Wasserstoff war der Druck des Gases etwas kleiner als der Atmosphärendruck, und die Glocke blieb immer vom Trocken- und Gasentwickelungsapparate abgesperrt.

Zur Erreichung höherer Temperaturen wurde das Zimmer geheizt, und der Apparat vor jedem Versuche derselben Temperatur 6 bis 12 Stunden ausgesetzt. Waren die Temperaturen im Apparate und im Zimmer nahezu gleich, so begann der Versuch. Die Zimmertemperatur konnte während der Dauer eines Versuches ziemlich constant erhalten werden. Um die Temperaturschwankungen im Apparate möglichst klein zu machen, wurde über die Glasglocke noch eine zweite aus Pappendeckel gestellt.

Wegen häufiger Erschütterungen des Beobachtungslongs, welche sich auch dem Fernrohr mittheilten und oft einen Fehler von 1 Scalentheil verursachten, wurden einige Versuche mit Luft und fast alle Versuche mit Kohlensäure abends oder in der frühe ausgeführt; daher sind auch die bei den zwei letzteren Versuchsreihen gewonnenen Zahlen etwas genauer, wie eine allgemeine Uebersicht über die Columnen *B — R* zeigen wird.

Zur Controle machte ich zuerst einige Vorversuche zur Bestimmung des absoluten Werthes der Reibungsconstante für Luft, und berechnete dieselbe nach der von Maxwell entwickelten Formel:

$$\eta = \frac{2MD\lambda}{m\tau\pi R^4 \left(1 + \frac{4a}{R}\right)},$$

$$\alpha = \frac{2b}{\pi} \log 10 \left\{ \log_{10} 2 + \log_{10} \sin \frac{\pi D}{2b} \right\}.$$

Darin bedeutet M das Trägheitsmoment, D den Abstand der inneren Flächen der festen und beweglichen Scheibe, $2b$ den der inneren Flächen der festen Scheiben, λ das Decrement in Brigg'schen Logarithmen, $m = 0.43429$, τ die Schwingungsdauer und R den Halbmesser der schwingenden Scheibe. Ich machte je drei Versuche bei zwei verschiedenen Distanzen der festen Scheiben. Die der Rechnung zu Grunde gelegten Zahlen und erhaltenen Resultate mögen hier Platz finden:

$$2b = 0.6825 \text{ Ctm.} \quad 0.5156 \text{ Ctm.}$$

$$D = 0.26685 \text{ Ctm.} \quad 0.1834 \text{ Ctm.}$$

$$\lambda = 0.02862 \quad 0.04096$$

$$\frac{4a}{R} = 0.06906 \quad 0.0408354$$

$$M = 2369.88$$

$$\tau = 32''26,$$

$$\eta = 0.0001916 \quad \eta = 0.0001917$$

$$t = 19.5^\circ \text{ C.} \quad t = 20^\circ \text{ C.}$$

Ebenso machte ich Versuche unmittelbar vor Beginn der Versuchsreihen mit Kohlensäure und Wasserstoff bei der Distanz der festen Scheiben $2b = 0.5156$ Ctm. und erhielt:

für Kohlensäure $\lambda = 0.0332 \quad \eta = 0.0001528 \quad 19.9^\circ \text{ C.}$

„ Wasserstoff $\lambda = 0.01984 \quad \eta = 0.00009285 \quad 15.85^\circ \text{ C.}$,

welche Resultate in bester Uebereinstimmung sind mit den von Prof. Kundt und Warburg bei 15° C. gefundenen Werthen¹⁾:

für Luft	$\eta = 0.000189$	
„ Kohlensäure	0.000152	Gramm
„ Wasserstoff	0.0000923	Centimeter. Secunde.

1) Pogg. Ann. l. e. p. 539.

Ich habe je eine Versuchsreihe mit Luft, Kohlensäure und Wasserstoff ausgeführt. Bei allen blieb die Distanz der festen Scheiben dieselbe: $2b = 0.5156$ Ctm.

Bei tiefen Temperaturen (von $+3^{\circ}$ C.) war die Scala ziemlich schlecht zu sehen (beiläufig vom Nullpunkte der Scala bis 120 Mm. links und rechts von demselben), weil das Ocular und das Objectiv des Fernrohres beim Nähern des Auges und der Gasflamme sich mit Wasserdampf beschlugen. Diesem Uebelstande wurde theilweise durch Auflegen warmer Tücher auf das Fernrohr abgeholfen. Ausserdem waren im Gesichtsfelde zwei Bilder der Scala, ein stärkeres und ein etwas schwächeres, zu sehen. Wurden dieselben durch Verschieben des Oculars zum Zusammenfallen gebracht, so waren die Striche zu undeutlich. Man suchte den Grund in der geänderten Stellung der vorn an der Glocke dem Spiegel gegenüber aufgekitteten Glasplatte. Daher habe ich in der ersten Versuchsreihe, vor den Beobachtungen vom 5. Januar, bei merklich nicht geänderter Stellung des Tellers und des darauf stehenden Apparates, die Glocke um ihre verticale Axe gedreht, nachher, um die Glocke fest anzudrücken, drei Kolbenzüge gemacht und trockene Luft eingelassen. Es wäre nicht wahrscheinlich, anzunehmen, dass während dieser kurzen Manipulation feuchte Luft hineindiffundierte. Die Scala war noch immer schlecht zu sehen, und erhielt ihre frühere Deutlichkeit, so oft der Apparat der höheren Temperatur ausgesetzt wurde.

Vor Beginn der Versuchsreihe mit Kohlensäure wurde der Apparat von neuem justirt, weil ich nicht sicher war, ob auch durch eine unmerkliche Verschiebung des Tellers die horizontale Lage der Scheiben sich nicht geändert habe. In der neuen Stellung blieb der Apparat bis zum Ende der Versuche.

Nach Beendigung der Versuchsreihe mit Kohlensäure wurden die Trockenröhren rein ausgewaschen und die Glasperlen dreimal nach einander mit reiner concentrirter Schwefelsäure genetzt.

Hier möge gleich die Berechnung der Abhängigkeit der Reibung von der Temperatur aus den logarithmischen Decrementen, die ich im Anschluss an die Beobachtungen folgen lasse, sich anreihen.

Berechnung der Abhängigkeit der Reibung von der Temperatur.

Wie aus der Maxwell'schen Formel für η zu ersehen ist, ist die Reibungsconstante eines Gases dem logarithmischen Decrement direct proportional, und daher lässt sich die Formel für die Abhängigkeit dieser Constanten von der Temperatur unmittelbar aus den zusammengehörigen Werthen der Temperaturen und der logarithmischen Decrement berechnen. Eine Aenderung der Schwingungsdauer mit zunehmender Temperatur konnte nicht beobachtet werden.

In der nachfolgenden tabellarischen Zusammenstellung bedeutet t die Temperatur (reducirt), λ das logarithmische Decrement, beide arithmetische Mittel aus vier bis fünf und auch mehr Zahlen; jedes λ wurde aus 20 Ablesungen berechnet. Aus der Column Nr. ist die Reihenfolge der Versuche zu ersehen:

Zur Berechnung wurden 49 Versuche mit Luft, 52 mit Kohlensäure und 48 mit Wasserstoff benutzt.

Luft			Kohlensäure			Wasserstoff		
Nr.	t	λ	Nr.	t	λ	Nr.	t	λ
10	-3.135 C.	0.03843	9	+1.332 C.	0.03126	8	-1.505 C.	0.01898
4	+0.680	3851	10	3.773	3150	6	-0.378	1906
3	0.933	3858	6	5.955	3183	2	+0.320	1917
2	8.686	3947	5	6.605	3193	7	5.614	1939
5	11.210	3962	8	10.802	3239	3	6.348	1935
6	14.589	4001	4	14.410	3267	4	13.070	1979
1	18.530	4036	11	14.503	3274	1	15.730	1984
7	19.750	4058	7	19.470	3328	9	17.602	1997
8	23.860	4092	12	21.492	3343	5	21.146	2010
9	25.570	4134	3	21.740	3339	12	21.913	2012
			2	22.510	3366	10	24.983	2028
			1	29.065	3416	11	30.175	2058

Controlversuche, welche am Ende der Versuchsreihen mit Kohlensäure und Wasserstoff angestellt wurden, sind innerhalb der Fehlergrenzen in bester Uebereinstimmung mit den Anfangsversuchen (12 und 3 Kohlensäure, 12 und 5 Wasserstoff), was mir die Gewissheit verschaffte, dass während der Versuche keine fremden Gase hinzugekommen waren.

Setzt man $\eta = a + bt$, so findet sich aus den obigen Zahlen mittelst der Methode der kleinsten Quadrate:

für Luft $a = 0.03855 \pm 0.000040$ (mittl. Fehler),

mit den Fehlergrenzen $\alpha_1 = 0.000046$,

$\alpha_2 = 0.000034$,

$b = 0.00010213 \pm 0.000002582$,

mit den Fehlergrenzen $\beta_1 = 0.00000297$,

$\beta_2 = 0.00000219$;

für Kohlensäure $a = 0.03118 \pm 0.000027$,

$\alpha_1 = 0.000030$,

$\alpha_2 = 0.000023$,

$b = 0.00010532 \pm 0.000001598$,

$\beta_1 = 0.000001378$,

$\beta_2 = 0.000001818$;

für Wasserstoff $a = 0.01909 \pm 0.000013$,

$\alpha_1 = 0.000011$,

$\alpha_2 = 0.000014$,

$b = 0.000048388 \pm 0.000000760$,

$\beta_1 = 0.000000864$,

$\beta_2 = 0.000000655$.

Aus a und b berechnen sich auf bekannte Weise die Exponenten der absoluten Temperatur, und zwar:

für Luft zu 0.72196 ± 0.01825

mit den Fehlergrenzen 0.02101, 0.01550;

für Kohlensäure zu . 0.91654 ± 0.01394

mit den Fehlergrenzen 0.01199, 0.01582;

und für Wasserstoff zu 0.69312 ± 0.01088

mit den Fehlergrenzen 0.00938, 0.01238.

Für die Ausdehnungscoefficienten wurde nach Jolly angenommen:

$$\begin{aligned} \text{Für Luft} & \quad 0.003695, \\ \text{„ CO}_2 & \quad 0.003706, \\ \text{„ H} & \quad 0.003656. \end{aligned}$$

Der Exponent für Luft ist kleiner als der Meyer'sche $\frac{1}{\lambda}$, und grösser als der von mir aus Transpirationversuchen gefundene $\frac{1}{\lambda}$. Dasselbe gilt auch vom Exponenten für Wasserstoff, der auch noch kleiner ist als der der Luft. Auffallend gross ist der Exponent für Kohlensäure, bei der die Reibung nahezu das Maxwell'sche Gesetz zu befolgen scheint. Hier liegt die Vermuthung nahe, dass ein guter Theil der Differenzen in den für Luft gewonnenen Resultaten verschiedener Beobachter vielleicht einer verschiedenen Zusammensetzung der benutzten Luftarten und namentlich den verschiedenen Mengen von Kohlensäure zuzuschreiben ist.

Als sicher ist anzunehmen, dass nicht bei allen Gasen die Reibung mit der Temperatur auf gleiche Weise sich ändert.

Es wäre wünschenswerth, Versuche dieser Art mit noch anderen Gasen und auch innerhalb weiterer Temperaturgrenzen anzustellen, um so ein reiches Material zu sammeln, welches eine feste Basis für die Theorie, die uns noch immer eine befriedigende Erklärung dieses molekularen Vorgangs schuldig bleibt, bilden könnte.

Die mittelst der Constanten b zurückgerechneten logarithmischen Decrementa λ sind mit den der Rechnung zu Grunde gelegten Zahlen in der nachstehenden Tabelle zusammengestellt, in der B die auf Bögen reducirten Scalentheile, R die mittelst λ zurückgerechneten Bögen bezeichnet.

Die einzelnen Versuchszahlen finden sich sämmtlich in den Sitzungsberichten der K. Akademie der Wissenschaften zu Wien, Bd. LXXIII. Abth. II. Mai 1876.

Luft			Kohlensäure			Wasserstoff		
B	R	B-R	B	R	B-R	B	R	B-R
0.03843	0.03823	+ 20	0.03126	0.03132	- 6	0.01898	0.01902	- 4
3851	3862	- 11	3150	3158	- 8	1906	1907	- 1
3858	3864	- 6	3183	3181	+ 2	1917	1911	+ 6
3947	3944	+ 3	3193	3188	+ 5	1939	1936	+ 3
3962	3970	- 8	3239	3232	+ 7	1935	1939	- 4
4001	4004	- 3	3267	3270	- 3	1979	1972	+ 7
4036	4044	- 8	3274	3271	+ 3	1984	1985	- 1
4058	4055	+ 3	3323	3323	+ 5	1997	1994	+ 3
4092	4099	- 7	3343	3344	- 1	2010	2011	- 1
4134	4116	+ 18	3339	3347	- 8	2012	2015	- 3
			3366	3355	+ 11	2028	2030	- 2
			3416	3424	- 8	2058	2055	+ 3

Nachschrift.

Nach Uebersendung meiner Arbeit erhielt ich den akademischen Anzeiger, welcher eine kurze Notiz über eine von A. v. Obermayer der kais. Akademie der Wissenschaften in Wien vorgelegte Abhandlung: „Ueber die Abhängigkeit der Coefficienten der inneren Reibung der Gase von der Temperatur“ enthält. Die Resultate seiner Untersuchungen sind:

Luft	$\eta = 0.0001678 (1 + 0.003665 t)^{0.76}$
Wasserstoff	$0861 (1 + 0.003665 t)^{0.70}$
Sauerstoff	$1878 (1 + 0.003665 t)^{0.80}$
Kohlenoxyd	$1625 (1 + 0.003665 t)^{0.74}$
Aethylen	$0922 (1 + 0.003665 t)^{0.96}$
Stickstoff	$1559 (1 + 0.003665 t)^{0.74}$
Stickoxydul	$1353 (1 + 0.003719 t)^{0.98}$
Kohlensäure	$1383 (1 + 0.003701 t)^{0.94}$
Aethylchlorid	$0889 (1 + 0.003900 t)^{0.98}$

Der Reibungscoefficient der permanenten Gase ist nach diesen Versuchen nahezu der Potenz $\frac{3}{4}$, jener der coercibeln Gase nahe der Potenz 1 der absoluten Temperatur proportional.

Für Temperaturen zwischen 150° C. und 300° C. ergab Luft dieselben Werthe des Exponenten wie zwischen den niederen Temperaturen — 21.5° C. und 53.5° C.; für Kohlensäure wurde eine langsame Abnahme des Exponenten mit der Temperatur aus den Versuchen gefolgert.

Die Differenzen in den von A. v. Obermayer und mir erhaltenen Resultaten sind so unbedeutend, dass dieselben auch den unvermeidlichen Beobachtungsfehlern zugeschrieben werden können.¹⁾

Wien, den 20. Juni 1876.

**VIII. Ueber electrische Rauchfiguren; von
Karl Antolik,**

Professor am Gymnasium zu Arad in Ungarn.

Wenn wir Reibungselectricität auf ruhende Rauchflächen einwirken lassen, so bieten sich uns einige überraschend hübsche, meines Wissens bis jetzt ganz unbekannte Erscheinungen dar.

Zur Darstellung solcher Rauchflächen wurde eine 30 Ctm. lange, 2.5 Ctm. weite, im Gefäss *cd* stehende und mit kaltem Wasser umgebene Eisenröhre *ab* (Taf. I. Fig. 6) mit Taback gefüllt, der mit etwas Zucker gemischt ist. Durch einen Blasebalg an der Kautschukröhre *e* wird das Brennen langsam unterhalten und der Rauch durch eine Kautschukröhre *f* zu einem zweiten Kühlapparat *kk* und durch ein 4 Ctm. weites und 50 Ctm. langes Glasrohr *gh* geleitet, aus dem er durch einen zu einem breiten Spalt von 1 Ctm. Höhe zusammengepressten Papiertrichter *pp* von 15—20 Ctm. Länge langsam und gleichförmig auf einen glatten schwarzen Tisch ausströmt und sich daselbst in einer kreisrunden Fläche ausbreitet. Ist der Rauch in *kk* nicht gehörig gekühlt, so bildet er auf dem

1) Vgl. auch E. Wiedemann. Arch. de Gen. Juli 1876. Die Red.

Tische unregelmässige Wellen, die für den Versuch ungeeignet sind.

Bringen wir nun eine Leydner Flasche von etwa 500 □ Ctm. innerer Belegung, welche mit positiver Electricität bis zur Ausstrahlung geladen ist, in eine Entfernung von etwa 1 M. Höhe über die Rauchfläche, so entstehen für einen Augenblick, von dem Mittelpunkt der Einwirkung ausgehend, auf der ganzen Fläche des Rauches scharf begrenzte Wölkchen von rundlicher und elliptischer Gestalt. Die ganze Rauchfläche theilt sich in viele concentrische Kreise, die an ebenso vielen Stellen regelmässig und radial durchbrochen erscheinen. Das ist der Glanzmoment der Erscheinung, der aber nur $\frac{1}{2}$ —1 Secunde anhält. Einen Augenblick später lässt sich die Erscheinung, die dann etwas länger anhält, annähernd mit den wohlbekannten Schäfchenwolken vergleichen, und im günstigsten Momente zeigen sich Einschnitte, die aber augenblicklich wieder verschwinden. Die Anzahl der Wölkchen kann unter Umständen auf einige Tausend geschätzt werden; ihre Grösse variiert zwischen 1 und 2 □ Ctm.; oft sind sie auch grösser.

Ein Theil der verwaschenen Umrisse der einzelnen Wölkchen bleibt noch längere Zeit sichtbar und breitet sich, vom Mittelpunkte der Wirkung, gegen die äusseren Ränder der Rauchfläche aus.

Die Entstehung der Figuren scheint die Folge einer Mittheilung der Electricität und nicht die Folge der Influenz zu sein; denn als ich über der Rauchfläche in verschiedenen Entfernungen eine dünne Glasscheibe anbrachte, so bildeten sich die Figuren nur um die Glasscheibe herum, nicht aber unter derselben.

Vielleicht dürfte die ganze Erscheinung auf sehr sanfte, in unmerkbar kurzer Zeit von der Leydner Flasche zur Rauchfläche sich fortpflanzende Stösse langgestreckter cylindrischer electricischer Luftwellen zurückgeführt werden,

die in den Wölkchen selbst eine momentane Vertheilung der Electricität hervorrufen.

Auf diese Art lässt sich die Erscheinung ganz gut erklären; allein noch nicht mit Bestimmtheit ihre Ursache angeben. Die Entstehung der concentrischen Kreise lässt sich auf die beim Ausfliessen aus dem Papiertrichter entstehenden Rauchwellen zurückführen, deren Cohäsion fortzubestehen scheint, obgleich sie in kleiner Entfernung von dem Trichter ineinanderfliessen. Es lassen sich nämlich die einzelnen Rauchwellen von einander loslösen und in diesem Zustande weiter treiben, wenn man die geladene Flasche dem Papiertrichter vorsichtig näherrückt.

Die schwieriger, als die concentrischen Kreise, zu beobachtenden radialen Spaltungen haben wahrscheinlich ihren Grund nur in der regelmässigen Anordnung der Wölkchen, die etwas später polar ineinanderfliessen.

Die Figuren können längere Zeit erhalten werden, wenn man die Leydner Flasche der Rauchfläche langsam nähert; sie verwaschen sich dabei aber immer mehr; wohl weil der einmal gebrauchte Rauch zur Bildung der Wölkchen nicht mehr gut geeignet ist; denn obwohl hier und da auf der Rauchfläche kleinere Gruppen von Wölkchen auch späterhin entstehen, so sind sie nicht mehr vollkommen, und zeigen weder ringförmige noch radiale Spaltungen.

Die zweite Erscheinung ist, dass, wenn wir die nun etwas geschwächte Flasche der Rauchfläche näher rücken, die Wölkchen, bei einer gewissen Grenze, statt der rundlichen und elliptischen Formen, ein gekräuseltes Aussehen annehmen (wie etwa die stark zerstörte Wolle der Hutmacher). Es heben sich die einzelnen Wölkchen wirbelnd, aber ziemlich langsam in die Höhe, fallen aber meistens bald wieder in sich selbst zurück.

Auch kann man in der Rauchschicht beide Erscheinungen zu gleicher Zeit wahrnehmen, wobei aber die zweite weniger hervortritt.

Die gekräuselten Wölkchen lassen sich etwas längere Zeit erhalten, namentlich wenn sie hinlänglich nahe dem Rande der Rauchschicht auftreten, wobei zugleich auch Spuren von radialen Spaltungen bemerkbar sind. Ich halte sie für eine Folge der electrischen Influenz.

Bringen wir endlich die schon sehr geschwächte Flasche ganz in die Nähe der Rauchschicht, so dass ein kleiner Funke auf den Tisch überschlagen kann, so wird die ganze Rauchschicht in Form einer concaven Kreisfläche schnell auseinandergetrieben. Vor diesem letzten Stadium verschwindet indess gewöhnlich der Rauch auf dem Tische, indem die kleinen Kohlentheilchen desselben an dem Tisch adhäriren und sich von demselben nicht mehr loslösen können.

Eine dritte Erscheinung erhält sich, wenn sie einmal auftritt, bis zum letzten Augenblicke des Experimentes. Es zeigen sich nämlich auf der Rauchschicht sich schlängelnde und scharf begrenzte Furchen, die schattenartig in der Rauchschicht herumschwimmen und den Bewegungen der Leydner Flasche überall nachfolgen.

Anfangs treten nur wenige Furchen, manchmal nur eine einzige auf, später mehren sie sich so sehr, dass sie in der Rauchschicht vollständige Unordnung herbeiführen.

Diese Erscheinung scheint darauf hinzudeuten, dass sich an den Kopf der Leydner Flasche kleine Staubkörnchen ansetzen, von denen, wie von Spitzen, der electrische Wind in unendlich feinen kegelartigen Strahlen (Bündeln) ausströmt, die an ihrer Oberfläche sehr glatt und ungemein zart sein müssen, da die Ränder der durch sie erzeugten Furchen scharf abgeschnitten erscheinen, eine Furche sich oft nur bis in die Hälfte der ohnehin nicht dicken Rauchschicht senkt und in ihr die Wölkchen der ersten Erscheinung auftreten und sie ausfüllen. Wenn wir beim Entstehen der Furchen die Leydner Flasche ganz ruhig halten, so erscheinen nur schattige, grössere und kleinere Punkte in der Rauch-

schicht, die dauernd ihre Stellen behalten, selbst wenn die Rauchwellen aus dem Papiertrichter schneller austreten. Bewegt man aber die Leydner Flasche und treten nur zwei oder drei kegelartige Strahlen nebeneinander auf, so schlängeln sie sich parallel nebeneinander. Die Umrisse der Furchen bleiben mehrere Secunden hindurch sichtbar, namentlich auf dem Rande der Rauchfläche, wo diese weniger beweglich ist. Sie sind, wenn sie einmal auftreten, um so breiter, je weiter die Leydner Flasche von der Rauchfläche entfernt ist.

Gute Leiter und Glastafeln unter der Rauchschicht scheinen auf alle diese Erscheinungen keinen Einfluss auszuüben.

Ist die Leydner Flasche mit negativer Electricität geladen, so treten ganz dieselben Erscheinungen auf, nur muss die Flasche viel näher an die Rauchschicht gebracht werden.

Alle diese Erscheinungen scheinen den Beweis liefern zu können, dass die am Himmel sichtbaren Schäfchenwolken den Grund ihrer Bildung in den mit Electricität geschwängerten Luftströmen haben. Mögen dieselben positiv oder negativ electricisch sein, so werden sie gewiss auf die gefrorenen Wasserdämpfe der atmosphärischen Luft selbst in grosser Höhe über denselben mittheilend oder auch influenzirend wirken. Die verdünnte Luft muss die Fernwirkung der Electricität im hohen Maasse begünstigen, und es können demnach in letzterem Falle die Schäfchenwolken an dem Orte ihrer Entstehung längere Zeit ruhig verweilen.

Zum Abschluss dieser Versuche dürfte noch längere Zeit erforderlich sein, weshalb ich sie schon jetzt in ihrem ersten Stadium veröffentlichte.

Arad, den 3. Februar 1877.

IX. Apparat zur Bestimmung der Brennweite sphärischer Linsen und Linsensysteme; von Dr. Meyerstein in Göttingen.

Es ist längst meine Absicht gewesen, den von mir construirten Apparat zur Bestimmung der Haupt- und Brennpunkte sphärischer Linsen und Linsensysteme zu beschreiben, zu dessen Construction ich durch Gauss' „dioptrische Untersuchungen“ angeregt war, allein meine vielen Arbeiten nahmen mich fortwährend in Anspruch, so dass ich schliesslich nicht mehr daran gedacht hatte und erst durch Hrn. Dr. Hoppe wieder daran erinnert wurde. — Ich gebrauche meinen Apparat seit dem Jahre 1844 und nur durch einen Zufall erhielt Hr. Dr. Hoppe Kenntniss von demselben, nachdem er seinen Aufsatzen schon längst Hrn. Prof. Poggendorff eingesandt hatte.

Da ich bei der Construction meines Apparates vorzüglich darauf bedacht war, Linsen von ausserordentlich kleinen Brennweiten mit grosser Schärfe messen zu können, so genügten mir die Beobachtungen mit blossem Auge nicht.

Ich betrachte das Bild, welches von einer entfernten Scala durch die zu messende Linse entsteht, mit einem Mikroskope und messe seine Grösse mit demselben. Daselbe Verfahren wende ich auch bei Linsen von grossen Brennweiten an. Durch diese Methode bin ich genöthigt, eine andere Formel für die Berechnung der Brennweite zu gebrauchen, als die, welche aus der theoretischen Entwicklung des Hrn. Dr. Hoppe für seinen Apparat hervorgeht. Bezeichnet man nämlich die Grösse des durch die Linse entstandenen Bildes der Scala mit B und den Werth des Mikrometer-Mikroskops für ein Millimeter, in Theilen des Schraubenkopfes des Mikroskops ausgedrückt, mit A , so ist $\frac{A}{B}$ die Vergrösserungszahl, welche ich in

meiner Formel mit n bezeichne, und ich erhalte demnach für die Brennweite:

$$F = \frac{a + b - c}{\frac{1}{n} - \frac{1}{n}}.$$

In dieser Formel bedeutet:

a den Abstand der Linse von der Scala, b den Abstand der Linse von der Scala, nachdem die Linse um 180° , mittelst einer verticalen Axe, gedreht ist. Bei der Bestimmung von a und b ist die Voraussetzung gemacht, dass das Bild der Scala sowohl in der Stellung bei a , als auch bei b ein mit dem Mikroskop vollkommen scharf messbares ist.

c bezeichnet den Abstand eines Objectes von der Scala, welches zwischen der Scala und dem Mikroskope sich befindet und mit dem Mikroskope scharf sichtbar ist

Die Grössen c und A sind für einen und denselben Apparat constant.

Die Einrichtung meines Apparates ist folgende:

Auf dem mit einem schweren Fusse versehenen Cylinder S , Fig. 1b Taf. II lässt sich eine cylindrische Röhre R , deren Länge etwas mehr als ein Meter beträgt, auf- und abschieben. Am Ende dieser Röhre befindet sich eine Scala von Elfenbein s' Fig. 1, a, b, c), welche sich ebenfalls höher und tiefer stellen lässt. Die Röhre ist in einzelne Millimeter getheilt, der Nullpunkt der Theilung liegt mit der eingetheilten Fläche der Elfenbein-Scala in einer Verticalebene.

Um eine Durchbiegung der Röhre R zu vermeiden, ist dieselbe durch den Stab T unterstützt. Auf der Röhre R lässt sich der kleine Apparat zur Aufnahme der zu messenden Linsen oder Linsensysteme verschieben. Dieser Apparat besteht aus einer gekreuzten Platte aaa' (Fig. 1a u. b), in welcher zwei einander gegenüberliegende Schlitze zur Führung der verticalen Ständer bb sich befinden. Ein jeder dieser Ständer bb ist in verticaler Richtung mit einer Nuth versehen, zwischen welchen die zu messende

Linse **L** durch das Zusammenschieben der Ständer nicht nur festgehalten wird, sondern so geschoben werden kann, dass ihr Mittelpunkt in einer durch die Axe des Mikroskops gedachten Verticalebene liegt; die richtige Höhe der Linse, um sie in die Axe des Mikroskops zu bringen, wird durch Verschiebung der Röhre **R** auf dem Cylinder **S** erreicht. — Die Platte *aaa'* ist nach unten mit einem Zapfen *z* versehen, welcher in eine auf **H** befestigte Hülse *e* eingepasst ist und in derselben sich drehen lässt. An *e* ist ein Arm *cc* befestigt. An einem jeden Ende desselben befindet sich eine Correctionsschraube, gegen welche, an der einen oder anderen Seite, der mit *d* bezeichnete Vorsprung, welcher an *a'* sitzt, sich anlegt; dadurch ist man im Stande, dem Stücke *aaa'* eine Drehung von genau 180° zu geben.

Das zur Messung dienende Mikrometer-Mikroskop **M** lässt sich, wie aus Fig. 1, b ersichtlich ist, mit der Röhre **R** parallel stellen. — Nachdem nun der Werth des Mikroskopes für ein Millimeter bestimmt ist, bringt man ein weisses Blättchen Papier, auf welchem auf beiden Seiten ein feines Kreuz gezeichnet ist, zwischen die Ständer *bb* und verschiebt **H** so lange, bis man im Mikroskope ein scharfes Bild des Kreuzes erhält. In dieser Stellung liest man die Theilung auf **R** ab, welche der Index an **H** angibt. Der Index fällt mit der Axe des verticalen Zapfens *z* nahezu zusammen. Nun dreht man *aaa'* um 180° , bringt das Kreuz wieder zum deutlichen Sehen im Mikroskope und liest die Theilung auf **R** wieder ab. Das Mittel aus diesen beiden Ablesungen ist der Werth, den ich in meiner Formel mit *c* bezeichnet habe. — Soll nun die Brennweite einer Linse bestimmt werden, so bringt man dieselbe zwischen die Ständer *bb* und bewegt **H** so lange vor oder zurück, bis man ein scharfes messbares Bild von der Eintheilung der Scala *s* erhält. Nachdem man in dieser Stellung den Stand von **H** abgelesen hat, welcher in der Formel mit *a* bezeichnet ist, wird das Bild der Scala (*A*) mit dem Mikroskope gemessen und in Trom-

meltheilen des Mikroskopes ausgedrückt, alsdann wird b durch Umdrehung der Axe z und durch Verschieben auf R bestimmt. Die Anstellung einer Messung erfordert nur wenige Minuten, wenn die Constanten B und c bestimmt sind. — Will man ein Linsensystem für Mikroskope, oder Oculare messen, so sind diese mit ihren Fassungen auf das Kreuz $a a'$ zu legen und werden dann durch das Zusammenschieben der Ständer bb' festgehalten, wobei selbstverständlich darauf zu achten ist, dass die Fassungen derselben parallel mit der Röhre R und dem Mikroskope M liegen.

Von den vielen Messungen, welche ich seit Jahren mit diesem Apparate ausgeführt habe, will ich, um die Uebereinstimmung der Messung mit der Rechnung zu zeigen, nur die eines Ramsden'schen Oculars anführen, welche ich in der jüngsten Zeit vorgenommen habe. Nachdem ich den Werth von $c = 980$ von $A = 480^p$ für 1 Mm. bestimmt hatte, fand ich für die Augenlinse:

$$a = 959.5$$

$$b = 942.5$$

$$B = 14.6 \text{ also } \frac{A}{B} = 32.1.$$

Es ist demnach:

$$F = \frac{959.5 + 942.5 - 980}{32.1 - \frac{1}{32.1}} = 28.7 \text{ Mm.}$$

Für die zweite Linse des Oculars, in derselben Weise gemessen, ist $F' = 37.2$ Mm.

Der Abstand der inneren Hauptpunkte beider Linsen beträgt 13 Mm. Berechnet man nun die dem Oculare zugehörige äquivalente Linse, so ergibt sich für $F'' = 20.2$.

Nun habe ich das zusammengesetzte Ocular wie oben gemessen und fand für:

$$a = 958.0$$

$$b = 963.0$$

$$B = 10.2 \text{ also } n = 47.0.$$

Es ist also: $F'' = 20.0$.

Um Objective von grossen Brennweiten nach demselben Princip messen zu können, benutze ich denselben Apparat, entferne nur die Elfenbein-Scala von demselben und befestige eine solche in einer den zu messenden Objectiven entsprechenden Entfernung an der Wand, messe aber diesen Abstand genau bis zu dem Nullpunkte der Röhre **R**.

Schliesslich bemerke ich noch, dass Hr. Dr. Matern in Hamburg mir eine von der meinigen ganz verschiedene Methode zur Bestimmung der Brennweiten kleiner Linsen mitgetheilt hat. Die von Hrn. Dr. Matern erhaltenen Resultate stimmen mit meinen Messungen gut überein und ich hoffe, dass derselbe seine Methode selbst veröffentlicht wird.

Göttingen, im März 1877.

X. Erklärung von G. Helm.

Hr. Dorn hat jüngst (Pogg. Ann. CLX, p. 56) eine Untersuchung veröffentlicht, in welcher gegen die von mir (Pogg. Ann. CLVII, p. 645) gegebene Erklärung einiger von Hrn. Edlund beobachteten Erscheinungen Bedenken erhoben werden, die mich veranlassen, einen Hauptpunkt meiner a. a. O. nur kurz mitgetheilten Erklärung deutlich hervorzuheben. Wenn ein Theil des Leiters in der Richtung des Stromes beweglich ist, fordert der stationäre Zustand, dass überall durch einen unbeweglich (räumlich fest) gedachten Querschnitt dieselbe Electricitätsmenge **J** in der Zeiteinheit gehe. Die von mir mit **C** bezeichnete Grösse bedeutet nun die Geschwindigkeit der Electricity im Leiter, d. h. in Bezug auf einen mit der ponderablen Masse fest verbundenen Querschnitt. **J** ist daher gleichzeitig von **C** und **c** (der Geschwindigkeit des Leiters) abhängig. Will man in der von mir angegebenen Formel **C** durch eine Stromstärke ersetzen, wie es Hr. Dorn

thut, so muss man diejenige Stromstärke J_0 einführen, die vorhanden sein würde, wenn der Leiter durchgängig ruhte, und hat zu substituiren:

$$C = \frac{J_0}{\delta q}, \text{ nicht wie Hr. Dorn } C = \gamma \frac{J}{q} = \frac{J}{\delta q}$$

(δ Dichtigkeit des electrischen Fluidums).

Dass übrigens aus der von mir angegebenen Ursache sich eine Aenderung der Stromstärke bei Bewegung des Leiters ergeben muss, ist, auch wenn sich die Edlund'schen Beobachtungen auf Diaphragmenströme zurückführen lassen, nach den Rowland'schen Versuchen über electrische Convection (Pogg. Ann. CLVIII, p. 487) kaum zweifelhaft, und es ist nur bei neuen Versuchen über den Gegenstand dafür zu sorgen (etwa durch Ersetzen des flüssigen durch einen festen beweglichen Leiter), dass die Convection erscheinung nicht durch den Diaphragmenstrom verdeckt werde.

XI. Blitzableiter im Alterthum; von Dr. Munk.

Talmud, Tosefta Sabbath VII, Ende, findet sich eine Stelle folgenden Inhalts: „Wer ein Eisen stellt zwischen Geflügel, übertritt das Verbot der Nachahmung heidnischer Sitten; zum Schutze vor Blitz und Donner ist dies jedoch zu thun erlaubt.“ Es ergibt sich hieraus, dass man in dem 4. bis 5. Jahrhundert n. Chr. den Einfluss des Blitzes auf Metalle, ja eine ähnliche Einrichtung wie die der Franklin'schen Blitzableiter gekannt hat.¹⁾

Provinzial-Rabbinat zu Marburg, 4. Mai 1877.

1) Auch die Aegypter scheinen sich schon der hohen, an ihren Spitzen mit Kupfer beschlagenen, resp. vergoldeten Mastbäume neben den Pylonenflügeln oder am Propylon der Tempel als Blitzableiter bedient zu haben, „im Abwehren des Unwetters, dieses, des Himmels“, oder „um zu brechen das aus der Höhe kommende Unwetter“. Vgl. Dümichen, Baugeschichte des Denderatempels. p. 13. Strassburg 1877.

Die Red.